Table of Contents

内容简介
目　录
2015年武汉大学875量子力学考研真题
2014年武汉大学875量子力学考研真题
2013年武汉大学874量子力学考研真题
2011年武汉大学875量子力学考研真题
2010年武汉大学870量子力学考研真题
2009年武汉大学868量子力学考研真题
2008年武汉大学870量子力学考研真题
2007年武汉大学466量子力学考研真题
2006年武汉大学476量子力学考研真题
2005年武汉大学493量子力学考研真题
2004年武汉大学806量子力学考研真题
2003年武汉大学706量子力学考研真题

目　录

2015年武汉大学875量子力学考研真题
2014年武汉大学875量子力学考研真题
2013年武汉大学874量子力学考研真题
2011年武汉大学875量子力学考研真题
2010年武汉大学870量子力学考研真题
2009年武汉大学868量子力学考研真题
2008年武汉大学870量子力学考研真题
2007年武汉大学466量子力学考研真题
2006年武汉大学476量子力学考研真题
2005年武汉大学493量子力学考研真题
2004年武汉大学806量子力学考研真题
2003年武汉大学706量子力学考研真题

2015年武汉大学875量子力学考研真题

武汉大学

2015年攻读硕士学位研究生入学考试试题

（满分值 150 分）

科目名称：量子力学(D卷)　　　　科目代码：875

注意：所有答题内容必须写在答题纸上，凡写在试题或草稿纸上的一律无效。

一、单选题(每小题4分，共60分)：

(1)、体系从态|n>跃迁到|m>态的辐射强度 Jmn 正比于[　　　]

A、$|\vec{r}_{mn}|$

B、$|\vec{r}_{mn}|^2$

C、$|\vec{r}_{mn}|^3$

D、$|\vec{r}_{mn}|^4$

(2)、单电子原子偶极跃迁有关角动量量子数及磁量子数的选择定则是[　　　]

A、$\Delta l = 0, \pm 1$;　$\Delta m = 0, \pm 1$

B、$\Delta l = \pm 1$;　$\Delta m = \pm 1$

C、$\Delta l = \pm 1$;　$\Delta m = 0, \pm 1$

D、$\Delta l = 0, \pm 1$;　$\Delta m = \pm 1$

(3)、有关全同粒子系的波函数，下列表述正确的是[　　　]

A、费米子系的波函数满足交换对称性；玻色子系的波函数满足交换反对称性

B、费米子系的波函数满足交换反对称性；玻色子系的波函数满足交换对称性

C、费米子系和玻色子系的波函数都满足交换反对称性

D、费米子系和玻色子系的波函数都满足交换反对称性。

(4)、若一个电子的轨道角动量量子数为1，其总角动量有几个取值[ ]

A、1个

B、2个

C、3个

D、4个

(5)、对于原子的电子电离，下面哪种表述是错的[ ]

A、电子电离需要吸收达到或超过其束缚能的能量；

B、电离以后的电子，其波函数在无穷远处并不趋于0；

C、电离掉的电子离原子核的距离趋于无穷远；

D、自由电子有概率放出一个光子，被原子核重俘获而形成束缚态的原子。

(6)、微观粒子波粒二象性的表述，下面那一项是错误的：[ ]

A、粒子性和波动性在一次测量下，只能表现为其中一种性质；

B、粒子性和波动性都是粒子的特性；

C、一群粒子也可以表现出粒子性；

D、粒子性是单粒子的特征，波动性是一群粒子的特征。

(7)、 下列哪一个实验不能用来证明原子能级结构量子化：[ ]

A、夫兰克-赫兹实验；

B、原子光谱的线状结构；

C、原子光谱的同位素位移；

D、斯特恩-盖拉赫实验。

(8)、下面哪个实验现象不是因为电子自旋引起的：[ ]

A、反常塞曼效应；

B、碱金属光谱的双线精细结构；

C、氦原子光谱三重结构的存在；

D、碱金属能级因轨道角动量量子数的不同而不同。

(9)、设 $\psi_1(x)$ 和 $\psi_2(x)$ 分别表示粒子的两个可能运动状态，则它们线性迭加的态 $c_1\psi_1+c_2\psi_2$ 的空间几率分布为[ ]

A. $|C_1\psi_1|^2+|C_2\psi_2|^2$ B. $|C_1\psi_1|^2+|C_2\psi_2|^2+C_1C_2\psi_1^*\psi_2$

C. $|C_1\psi_1|^2+|C_2\psi_2|^2+2C_1C_2\psi_1^*\psi_2$ D. $|C_1\psi_1|^2+|C_2\psi_2|^2+C_1^*C_2\psi_1^*\psi_2+C_1C_2^*\psi_1\psi_2^*$

(10)、波函数应满足的标准条件是[ ]
A、单值、正交、连续； B、归一、正交、完全性；
C、连续、有限、完全性；D、单值、连续、有限。

(11)、列哪种论述不是定态的特点[ ]
A、几率密度和几率流密度矢量都不随时间变化；
B、几率率流密度矢量不随时间变化；
C、任何力学量的平均值都不随时间变化；
D、定态波函数描述的体系一定具有确定的能量。

(12)、一维无限深势阱中运动的粒子，其体系的[ ]
A、能量是量子化的，而动量是连续变化的；
B、能量和动量都是量子化的；
C、能量和动量都是连续变化的；
D、能量连续变化而动量是量子化的。

(13)、体系处于$\psi=C_1Y_{11}+C_2Y_{10}$态中，则ψ[ ]
A、是体系角动量平方算符、角动量Z 分量算符的共同本征函数；
B、是体系角动量平方算符的本征函数，不是角动量Z 分量算符的本征函数；
C、不是体系角动量平方算符的本征函数，是角动量Z 分量算符的本征函数；
D、既不是角动量平方算符的本征函数，也不是角动量Z 分量算符的本征函数。

(14)、幺正变换[ ]
A、不改变算符的本征值，但可改变其本征矢；
B、不改变算符的本征值，也不改变其本征矢；
C、改变算符的本征值，但不改变其本征矢；
D、既改变算符的本征值，也改变其本征矢。

(15)、完全描述微观粒子运动状态的是[ ]
A、薛定谔方程；
B、测不准关系；
C、波函数；
D、能量。

二、一刚性转子转动惯量为 I，它的能量的经典表示式是$H=\dfrac{L^2}{2I}$，L 为角动量，求与此对应的量子体系在下列情况下的定态能量及波函数并给出能量简并度：

(1)、转子绕一固定轴转动

(2)、转子绕一固定点转动(每问 10 分共 20 分)

三、请在角动量量子数 $L=1$ 的子空间里，构造 L^2 和 L_Z 共同表象中的角动量算符：L^2、L_x、L_y、L_z(每个算符 5 分共 20 分)

四、求解一维粒子在 δ 势阱下的束缚定态能量和波函数。即 $V(x)=-V_0\delta(x)$，其中 V_0 大于 0。(20 分)

五、设一体系未受微扰作用时有两个能级：E_{01} 及 E_{02}，现在受到微扰 $\hat{H}'$ 的作用，微扰矩阵元为 $H'_{12}=H'_{21}=a$，$H'_{11}=H'_{22}=b$；a、b 都是实数。请求出能量的一级修正和二级修正值(每级修正 7 分共 14 分)。

六、请写出四位因对量子力学理论的贡献而获诺贝物理学奖的科学家，并简要介绍他们在量子力学建立过程中的贡献。(每位 4 分，共 16 分)

2014年武汉大学875量子力学考研真题

武 汉 大 学

2014年攻读硕士学位研究生入学考试试题

（满分值 150 分）

科目名称：量子力学（A卷）　　　　科目代码：875

注意：所有答题内容必须写在答题纸上，凡写在试题或草稿纸上的一律无效。

一、**（10分）** 一个波长为0.30埃的光子与静止的电子碰撞。求：（1）在散射角 $\theta=60^\circ$ 处光子波长的改变量 $\Delta\lambda$；（2）电子反冲的动能与反冲角。

（提示：$m=9.1\times10^{-31}kg$，$h=6.6\times10^{-34}Js$）

二、**（15分）** 氢原子在 $t=0$ 时刻处于状态

$$\Psi=\frac{1}{3}\psi_{100}(\vec{r})\chi_{1/2}(s_z)-\frac{2}{3}\psi_{200}(\vec{r})\chi_{-1/2}(s_z)+\frac{\sqrt{2}}{3}\psi_{200}(\vec{r})\chi_{1/2}(s_z),$$

求在 $t>0$ 时能量各个取值的几率及期望值。

三、**（15分）** 质量为 m 的粒子在一维势场中运动，$V(x)=\begin{cases}\infty, & x<0\\ 0, & 0\le x\le a\\ V_0>0, & x>a\end{cases}$。

（1）试求粒子束缚态能级满足的方程；

（2）大致画出体系基态波函数的形状。

四、**（15分）** 质量为 m 的粒子以能量 E 由左方沿 x 轴正方向入射：

（1）阶梯势能 $V(x)=\begin{cases}0, & x\le0\\ V_0>0, & x>0\end{cases}$，设 $E>V_0$；

（2）三角形势垒 $V(x)=\begin{cases}0, & x\le0\\ V_0-\alpha x, & x>0\end{cases}$，设 $\alpha>0, E<V_0$。

分别求透射系数。

五、(20 分) 在动量表象求解一维势阱 $V(x)=-V_0\delta(x)$ 中质量为 m 的粒子的束缚定态能级和波函数。

六、(15 分) 质量为 m 的粒子在一维势场中运动，其束缚定态波函数为

$$\psi(x)=\begin{cases}\sqrt{\frac{15}{16a^5}}(a^2-x^2), & |x|\le a\\ 0, & |x|>a\end{cases}$$

，求粒子相应的能量及势场 $V(x)$。

七、 (15 分) 一粒子在三维空间运动，其波函数为 $\psi=K(x+y+2z)e^{-\alpha r}$，

式中 $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$，K 和 α 是实常数。已知球函数 $Y_{0,0}(\theta,\varphi)=\sqrt{\frac{1}{4\pi}}$，

$Y_{1,1}(\theta,\varphi)=-\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta e^{i\varphi}$，$Y_{1,0}(\theta,\varphi)=\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta$，$Y_{1,-1}(\theta,\varphi)=\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta e^{-i\varphi}$。

试求：(1) 粒子角动量平方的可能取值；(2) 角动量的 z 分量的可能取值及期望值；(3) 在 (θ,φ) 方向 $d\Omega$ 立体角内发现粒子的几率。

八、(15 分) 两个自旋 $s=\frac{1}{2}$ 的粒子组成的系统的哈密顿量为

$\hat{H}=A(\hat{S}_{1z}+\hat{S}_{2z})+B\hat{\vec{S}}_1\cdot\hat{\vec{S}}_2$，式中 A 和 B 为常量。求体系的所有能级。

九、(15 分) 三维各向同性谐振子受微扰作用 $\hat{H}'=axy+bz^2$，求体系基态和第一激发态能量的一级近似。

(提示：有公式 $x|n\rangle=\frac{1}{\alpha}\left[\sqrt{\frac{n}{2}}|n-1\rangle+\sqrt{\frac{n+1}{2}}|n+1\rangle\right]$。)

十、(15 分) 入射粒子被球方势垒 $V(r)=\begin{cases}V_0, & r<a\\ 0, & r\ge a\end{cases}$ 散射。试证明：若势垒足够低和窄，在 $ka\ll 1$ 的情况中，微分散射截面 $\sigma(\theta)$ 与散射角 θ 无关。

2013年武汉大学874量子力学考研真题

武 汉 大 学

2013年攻读硕士学位研究生入学考试试题

（满分值 150 分）

科目名称：量子力学(A卷)　　　科目代码：874

注意：所有答题内容必须写在答题纸上，凡写在试题或草稿纸上的一律无效。

一、单选题(每小题3分，共45分)：

(1). 下面哪个实验现象不能说明电子自旋的存在[　　]

A. 原子光谱精细结构　B. 反常塞曼效应

C. 光的康普顿散射　D. 斯特恩-盖拉赫实验

(2). 康普顿效应证实了[　　]

A. 电子具有波动性. B. 光具有波动性.

C. 光具有粒子性. D. 电子具有粒.

(3). 有关微观实物粒子的波粒二象性的正确表述是[　　]

A. 波动性是由于大量的微粒分布于空间而形成的疏密波.

B. 微粒被看成在三维空间连续分布的某种波包.

C. 单个微观粒子具有波动性和粒子性.

D. A, B, C. 都对

(4). 下列哪种论述不是定态的特点[　　]

A. 几率密度和几率流密度矢量都不随时间变化.

B. 几率流密度矢量不随时间变化.

C. 任何力学量的平均值都不随时间变化.

D. 定态波函数描述的体系一定具有确定的能量.

(5). 在一维无限深势阱中运动的粒子，其体系的[　　]

A. 能量是量子化的，而动量是连续变化的.

B. 能量和动量都是量子化的.

C. 能量和动量都是连续变化的.

D. 能量连续变化而动量是量子化的.

(6). 线性谐振子的[　　]

A. 能量是量子化的,而动量是连续变化的.

B. 能量和动量都是量子化的.

C. 能量和动量都是连续变化的.

D. 能量连续变化而动量是量子化的

(7). 氢原子能级的特点是[　　]

A. 相邻两能级间距随量子数的增大而增大.

B. 能级的绝对值随量子数的增大而增大.

C. 能级随量子数的增大而减小.

D. 相邻两能级间距随量子数的增大而减小.

(8). 一维自由粒子的能量本征值[　　]

A. 可取一切实数值. B. 只能取不为负的一切实数.

C. 可取一切实数,但不能等于零. D. 只能取不为正的实数.

(9). 力学量算符在自身表象中的矩阵表示是[　　]

A. 以本征值为对角元素的对角方阵.　B 一个上三角方阵.

C. 一个下三角方阵. D. 一个主对角线上的元素等于零的方阵.

(10). 分别处于p态和d态的两个电子,它们的总角动量的量子数的取值是[　　]

A. 0,1,2,3,4. B. 1,2,3,4. C. 0,1,2,3. D. 1,2,3.

(11). 金属的光电效应的红限依赖于:[　　]

(A)入射光的频率　(B)入射光的强度

(C)金属的逸出功　(D)入射光的频率和金属的逸出功

(12). 完全描述微观粒子运动状态的是:[　　]

(A) 薛定谔方程(B)测不准关系(C)波函数(D) 能量

(13). 完全描述微观粒子运动状态变化规律的是:[　　]

(A)波函数(B) 测不准关系(C) 薛定谔方程(D) 能级

(14). 若光子与电子的波长相等,则它们:[　　]

(A)动量及总能量均相等(B) 动量及总能量均不相等

(C)动量相等,总能量不一定相等(D)动量不相等,总能量相等

(15). 下列哪位科学家不是因为量子力学与原子物理方面的贡献而获得诺贝尔奖的是

[　　]

(A). 波尔　(B).狄拉克 (C).薛定谔 (D). 德拜

二、计算题(105分)

1、一个质量为m的粒子在一周长为L的圆周上自由运动，求能量本征值及定态波函数。(15分)

2、已知算符$\hat{A}$有两个本征态ϕ_1和ϕ_2,对应本征值为a_1和a_2;算符$\hat{B}$有两个本征态χ_1和χ_2，对应本征值为b_1和b_2，两种本征态之间有如下关系:

$$\phi_1 = \frac{2\chi_1 + 3\chi_2}{\sqrt{13}}, \qquad \phi_2 = \frac{3\chi_1 - 2\chi_2}{\sqrt{13}}$$

现测量力学量A得到观测值a_1，若再测量力学量B，然后再次测量力学量A，请问第二次得到a_1的概率是多少?(20分)

3、一电子波函数为: $\psi(r,\theta,\varphi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}\left(e^{i\varphi}\sin\theta + \cos\theta\right)g(r)$，其中$g(r)$是归一化径向函数，请问:(1)、对该态电子的轨道角动量Z分量的可能观测值是什么?(2)、每个观测值相应的概率是多少?(3)、角动量Z分量期望值是多少?(20分)

4、一个正电子与一个负电子可以形成一个稳定的束缚系统，称之为电子偶数，请用玻尔原子模型推导出电子偶数的基态能与基态轨道半径。(15分)

5、给定单位矢量 $\vec{n}=(\sin\theta\cos\varphi,\sin\theta\sin\varphi,\cos\theta)$，已知泡利算符在 σ_z 表象下的表示为：$\hat{\sigma}_x=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$，$\hat{\sigma}_y=\begin{bmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{bmatrix}$、$\hat{\sigma}_z=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$，求算符 $\hat{\sigma}_n=\hat{\vec{\sigma}}\cdot\hat{\vec{n}}$ 的本征值以及在 σ_z 表象中的本征矢(15 分)

6、一个处于中心势的粒子具有轨道角动量 $\sqrt{6}\hbar$ 和自旋角动量 $\sqrt{2}\hbar$，自旋轨道相互作用算符为 $\hat{H}_{SO}=\alpha\hat{\vec{L}}\bullet\hat{\vec{S}}$，其中 α 是个常数，求自旋轨道相互作用相关的能级（即哈密顿算符就是 $\hat{H}_{SO}$）及能级简并度(20 分)。

2011年武汉大学875量子力学考研真题

武汉大学

2011年攻读硕士学位研究生入学考试试题（学术型学位）

（满分值 150 分）

科目名称：量子力学(A卷)　　　　科目代码：875

注意：所有答题内容必须写在答题纸上，凡写在试题或草稿纸上的一律无效

一、简答题：(共四题，每题10分，共40分)

1、简述夫兰克-赫兹实验现象及所得结论。

2、简述史特恩-盖拉赫实验现象及所得结论。

3、简述普朗克能量量子化假说提出的实验背景。

4、简述波函数的物理意义，以及波函数的性质。

二、计算题：(共八题，共110分)

1、应用能量-时间测不准关系估算正负电子对湮没的最远距离。(10分)

2、两个自旋为$\frac{1}{2}$全同粒子无相互作用，处于一维无穷深方势阱中$(0 \le x \le a)$，求体系能量最低两个能级的能量值，并给出各自的简并度？(15分)

3、处于一维无穷深方势阱中$(0 \le x \le a)$的粒子，求粒子处于基态和第一激发态下动量可能取值、相应几率及动量平均值。(15分)

4、粒子质量为M，被约束在平面上离定点O距离为R的圆周上运动，试求体系的能谱和归一化波函数。(15分)

5、某一体系的哈密顿算符及另两个力学量算符分别为：

$$H=\hbar\omega_0\begin{bmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&-1\end{bmatrix},F=f\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{bmatrix},G=g\begin{bmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{bmatrix},\text{假定}$$

t=0 时刻，体系态矢量为$\psi(0)=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}\sqrt{2}\\1\\1\end{bmatrix}$，求：

(1)、t>0 时刻体系态矢量$\psi(t)$

(2)、在态$\psi(t)$下，体系的力学量 H、F 和 G 各自的期望值及可能取值和相应概率。(第一问 8 分，第二问 12 分，共 20 分)

6、粒子在一维δ势阱中运动，哈密顿算符为：

$$\hat{H}=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}-V_0\delta(x),V_0>0$$

选取试探波函数为：

$$\phi(x,b)=\begin{cases}\sqrt{\frac{3}{2b^3}}(b-|x|), & |x|\le b\\ 0, & |x|>b\end{cases}$$

试用变分法求体系基态能量。(10 分)

7、设粒子在一维势阱$V(x)=\begin{cases}\lambda x, & 0\le x\le a\\ \infty, & x<0,x>a\end{cases}$中运动，$\lambda<<1$，试用定态微扰论求体系基态能量的一级近似值。(10 分)

8、设体系处于归一化波函数$\psi(\theta,\varphi)=C_1Y_{11}+C_2Y_{20}$所描述的状态之中，设$|C_1|^2+|C_2|^2=1$，求：

(1)、$\hat{L}_z$的可能取值、相应几率及平均值；

(2)、$\hat{L}^2$的可能取值、相应几率及平均值；

(3)、$\hat{L}_x$的可能取值及平均值。(15 分)

2010年武汉大学870量子力学考研真题

2010年攻读硕士学位研究生入学考试试题（科学学位）

科目名称：量子力学（A卷）　　　　　　　　　　科目代码：870

注意：所有答题内容必须写在答题纸上，反写在试题或草稿上的一律无效。

一、简答题：（共四题，每题10分，共40分）

1.简述卢瑟福原子模型，及该模型面临的困难。

2.简述原子光谱精细结构的物理机制。

3.简述波尔原子模型三要素，及波尔模型的困难与局限性。

4.简述在均匀磁场下，原子光谱的正常塞曼效应，反常塞曼效应和帕刑-巴克效应的异同点。

二、计算题：（共八题，共110分）

1.求解粒子在无限深球形方势阱$V_{(r)}=\begin{cases}0 & 0\le r\le a\\ \infty & r>a\end{cases}$下的基态能量和归一化波函数。（15分）

2.两个粒子角动量量子数分别是$l_1=2, l_2=5$，当它们耦合在一起时，请问它们角动量之间可能的夹角是多少？（14分）

3.t=0时刻，自由粒子波函数为：$\psi_{(x)}=A\left(\sin^2 kx+\frac{1}{2}\cos kx\right)$求此时动量可能取值，相应几率及动量平均值。（16分）

4.在轨道角动量算符$\hat{L}^2$和$\hat{L}_z$的共同本征函数$Y_{lm}(\theta,\varphi)$下，求下列期望值：

$\overline{L}_x, \overline{L}_y, \overline{L_xL_y}, \overline{L_x^2}, \overline{L_y^2}$。（12）

5.给定单位矢量$\vec{n}=(\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\cos\varphi, \cos\theta)$，已知泡利算符在$\sigma_z$表象下的表示为：$\hat{\sigma}_x=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$，$\hat{\sigma}_y=\begin{bmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{bmatrix}$，$\hat{\sigma}_z=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$，求算符$\hat{\sigma}_n=\hat{\vec{\sigma}}\cdot\hat{\vec{n}}$的本征值及在$\sigma_z$表象中的本矢量。（12分）

6.用变分法求一维谐振子基态能量和波函数，试探波函数取为：$\psi(x)=N\exp(-\lambda x^2)$。(15)

7.一微观粒子被限制在一方形的匣子中运动，即：

$$V_{(x,y,z)}=\begin{cases}0 & 0<x<a, 0<y<b, 0<z<c\\ \infty & otherwise\end{cases}$$

求该粒子的能级表达式和归一化波函数。（12分）

8.试用波尔-索末非量子化条件（$\oint pdq=nh$，其中p为广义动量，q为广义坐标）求解一维谐振子势场下单粒子体系的能级表达式，和根据量子理论求解薛定谔方程的结果相比较，并解释两种结果不同的物理机制。(14分)

2009年武汉大学868量子力学考研真题

2009年攻读硕士学位研究生入学考试试题

（满分150分）

科目名称：量子力学（A卷） **科目代码：868**

注意：所有答题内容必须写在答题纸上，反写在试题或草稿上的一律无效。

一、简答题：（共5小题，每小题12分，共60分）

1. 什么是一个体系的守恒量？一个力学量是一个体系的守恒量的条件是什么?写出氢原子的所有守恒量。

2. 写出电子自旋$\hat{S}_x$、$\hat{S}_y$、$\hat{S}_z$算符在泡利表象的2×2矩阵示式，以及它们之间的对易关系式和反对易关系式。

3. 写出正则量子化中的基本量子条件；再由此推导出单粒子的轨道角动量算符$\hat{L}_x$、$\hat{L}_y$、$\hat{L}_z$之间的对易关系式。

4. 试述能量E--时间t的测不准关系式并对其作出物理解释；在应用它估算正负电子对能够发生湮没的最远距离。

5. 试述量子跃迁几率的基本概念；再写出氢原子电偶极辐射跃迁的选择定律。

二、计算题：（共八题，共110分）

1. （20分）关于电子自旋

（1）试求电子自旋算符$\hat{S}_n=\hat{\vec{S}}\cdot\vec{n}$在泡利表象的归一化本征矢位矢量完备组，其中设单位矢量：$\vec{n}=(1,\theta,\varphi)$；

（2）假设单电子的自旋处于$\hat{S}_n$的相应于本征值为$-\frac{1}{2}\hbar$的本征态，求测量S_x取值分别为$+\frac{1}{2}\hbar$和$-\frac{1}{2}\hbar$的几率，以及期望值$\langle\hat{S}_x\rangle$

2. （20分）一个质量为m的粒子处在三维势场$V=\frac{1}{2}k(x^2+y^2+z^2)$中运动，如果体系还受到定态微$\hat{H}'=bz^2$的作用，求体系基态的和第一激发态的能量一级近似。（不计及粒子的自旋）

提示：一维谐振子的定态波函数$\varphi_n(x)$有递推公式：

$$x\varphi_n(x)=\frac{1}{\alpha}\left[\sqrt{\frac{n}{2}}\varphi_{n-1}(x)+\sqrt{\frac{n+1}{2}}\varphi_{n+1}(x)\right],\alpha=\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}。$$

3. （30分）单粒子在一维势阱中运动，$V(x)=-\alpha\delta(x),\alpha>0$。

（1）试在坐标表象求体系束缚定态的能量和相应的归一化定态波函数

（2）再在动量表象重新求解上述体系的束缚定态的薛定谔方程

4. （20分）关于全同粒子系：

（1）两个自旋s=0的全同玻色子

（2）两个自旋$s=\frac{1}{2}$，自旋平行的全同费米子，

置于边长为a、b、c（a>b>c）的长方体盒子中，不计两个粒子之间的相互作用，试分别求这两个体系基态的能量和相应归一化波函数。

2008年武汉大学870量子力学考研真题

武 汉 大 学

2008 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目名称：量子力学（B卷）　　　　科目代码：870

注意：所有答题内容必须写在答题纸上，凡写在试题或草稿纸上的一律无效。

1. (20 分) 设 s_x、s_y 与 s_z 是自旋为 1/2 的粒子的沿 x、y 与 z 轴的自旋算符，而 ϕ 是某一角度。

i) (10 分) 写出粒子的自旋算符 s_x、s_y 与 s_z 在 s_z-表象中的的矩阵形式；

ii) (10 分) 将述算符的乘积

$$\exp\left(\frac{is_z\phi}{\hbar}\right)s_y\exp\left(\frac{-is_z\phi}{\hbar}\right)$$

化简为粒子自旋算符的线性组合。

2. (20 分) 一自由的三维转子的 Hamiltonian 为

$$H_0=\frac{L^2}{2I}$$

式中，$\vec{L}$ 是轨道角动量算符，I 是转子的转动惯量。

i) (10 分) 求能谱与相应的简并度；

ii) (10 分) 若给此转子施加以微扰

$$H'=\lambda\sin\theta$$

求基态能级移动（直至二阶微扰）。已知：

$$Y_{11}(\theta,\phi)\equiv\langle\hat{n}|l=1,m=+1\rangle=-\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta e^{i\phi},\ Y_{00}(\theta,\phi)\equiv\langle\hat{n}|l=0,m=0\rangle=\frac{1}{\sqrt{4\pi}}.$$

3. (20 分)空间中有一势场$V(\vec{x})$，它在$r\to\infty$时趋于零。一质量为m的自由粒子被此势场散射（弹性散射）。

i) (5 分)写出$r\to\infty$时，被散射粒子的渐近波函数$\langle\vec{x}|\psi^{(+)}\rangle$。

ii) (8 分)从被散射粒子的渐近波函数$\langle\vec{x}|\psi^{(+)}\rangle$读出散射振幅$f(\vec{k}',\vec{k})\equiv f(\theta,\phi)$的表达式；如果已知散射振幅$f(\vec{k}',\vec{k})$，求微分散射截面$\dfrac{d\sigma}{d\Omega}$。

iii) (7 分)什么是跃迁算符T？若$|V|\ll E$，写出T的 Born 级数展开式。

4. (15 分)设一维粒子的 Hamiltonian 为H，坐标算符为x。利用利用能量本征态的完全性关系，将$\langle a'|\,[[H,x],x]|a'\rangle$用$\langle a''|x|a'\rangle$和$E_{a'}$表出，其中$|a'\rangle$是能量本征值为$E_{a'}$的本征矢。

5. (15 分)一粒子处于势场$V(x)$中，且势$V(x)$没有奇点。假设$\psi_n(x)$与$\psi_m(x)$是束缚态的波函数,相应的本征能量$E_n\neq E_m$。试证明这两个波函数对应的态矢正交。

6. (20 分)对于束缚在两个刚性势壁

$$V(x)=\begin{cases}0 & \text{for } 0<x<a\\ \infty & \text{otherwise}\end{cases}$$

之间的一维粒子，在第n能量本征态中

i) (10 分)本征能量与波函数；

ii) (10 分)计算位置的不确定度$\langle(\Delta x)^2\rangle$。

7. (20 分)对于一个限制在边长为 L 的立方体中的自旋为 1/2、质量为 m 的粒子，计算基态与第二激发态的本征能量及相应的本征态波函数。

8. (20 分)设限制在边长为 L 的立方体中的单粒子的本征能量与本征波函数是已知的，其中基态是非简并的，而第一激发态与第二激发态都是 3 重简并的。具体而言，基态的本征能量与轨道波函数分别为 $E_{(1)}$ 与 $\psi_{\text{orbit}}^{(1)}(\vec{x})$；第 1 激发态的本征能量与轨道波函数分别为 $E_{(2)}$ 与 $\psi_{\text{orbit},1}^{(2)}(\vec{x})$、$\psi_{\text{orbit},2}^{(2)}(\vec{x})$ 与 $\psi_{\text{orbit},3}^{(2)}(\vec{x})$；第 2 激发态的本征能量与轨道波函数分别为 $E_{(3)}$ 与 $\psi_{\text{orbit},1}^{(3)}(\vec{x})$、$\psi_{\text{orbit},2}^{(3)}(\vec{x})$ 与 $\psi_{\text{orbit},3}^{(3)}(\vec{x})$。且前三个单粒子能级是等间隔的。

设由 4 个上述单粒子构成的全同粒子体系，限制在边长为 L 的立方体中。计算体系的较低的 2 个本征能量及相应的简并度。

2007年武汉大学466量子力学考研真题

武汉大学

2007年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目名称：量子力学　　　　科目代码：466

注意：所有的答题内容必须写在答题纸上，凡写在试题或草稿纸上的一律无效。

一、 简答题（共5小题，每小题10分，共50分）

1、写出光波粒二象性的爱因斯坦关系式和实物粒子波粒二象性的德布罗意关系式；再求自由电子当其能量$E=1eV$时的德布罗意波长$\lambda=?$

2、描述体系状态的波函数必须满足的标准条件是哪些？为什么？

3、表示体系力学量的算符必须是什么性质的算符？为什么？

4、何谓体系的态的表象？写出单粒子在一维势场$V(x)$中运动的含时薛定谔方程在坐标表象和动量表象的示式。

5、写出氦原子基态的波函数示式；为什么说氦原子在基态是仲氦？

二、 计算题（共4小题，共100分）

1、(30 分）一个粒子质量为M，在xy平面上距离定点O为恒定值R绕O点转动，这个体系称为平面转子。

(1) 求体系的能谱和归一化定态波函数组；

(2) 若平面转子带电荷q，处于恒定均匀外电场$\vec{E}$中，$\vec{E}$的方向沿x轴，如果外电场非常强，再求体系的能谱；

(3) 如果外电场很弱，试应用定态微扰论求体系基态能量的一级修正和二级修正。

2、（30 分）关于电子自旋：

（1）在泡利表象，求一个电子的自旋算符 $\hat{S}_z$ 的相应本征值为 $+\frac{\hbar}{2}$ 的本征矢；

（2）在泡利表象，求一个电子的自旋算符 $\hat{S}_x$ 的相应本征值为 $+\frac{\hbar}{2}$ 的本征矢；

（3）设有一个两电子体系，如果体系中的电子 1 处于自旋算符 $\hat{S}_z$ 的相应本值为 $+\frac{\hbar}{2}$ 的本征态，电子 2 处于自旋算符 $\hat{S}_x$ 的相应本征值为 $+\frac{\hbar}{2}$ 的本征态，试求体系总自旋角量子数取零值的几率。

3、（20 分）应用测不准关系（或 $E-t$ 测不准关系）估算：

（1）粒子在一维无限深方势阱中运动的基态能量；

（2）一维谐振子的基态能量；

（3）氢原子的基态能量；

（4）正负电子对能够发生湮没的最远距离；

（5）有一种不稳定粒子能自发蜕变，已知蜕变的平均寿命为 τ，求这种粒子质量的不确定范围。

4、（20 分）设有三个粒子，每一个粒子均可以处于 $\phi_1(q)$、$\phi_2(q)$、$\phi_3(q)$ 三个单粒子态的任何一个中，式中 $q=(\vec{r},s_z)$。试分别作具体分析后，给出：

（1）若三个粒子是非全同粒子，这个三粒子系有多少个可能状态？

（2）若它们是全同费密子，体系可能状态有多少个？

（3）若它们是全同玻色子，体系可能状态又有多少个？

（满分值 150 分）

2006年武汉大学476量子力学考研真题

武 汉 大 学

2006年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目名称：量子力学 **科目代码：476**

注意：所有的答题内容必须答在答题纸上，凡答在试题或草稿纸上的一律无效。

一、简答题（共5小题，每小题10分，共50分）

1、设粒子运动状态的波函数为$\psi(\vec{r},t)$，试写出粒子在$\vec{r}$处的几率密度和几率流密度的表示式。

2、简述量子力学中的态叠加原理，并指出它与经典的波叠加原理的异同。

3、写出海森堡测不准关系的表示式，并简述其物理含义。

4、简述全同粒子的全同性原理。什么是玻色子、什么是费米子？全同玻色子系和全同费米子系各满足什么样的对称性？

5、简述斯特恩—盖拉赫实验；其结果为何表明电子具有自旋并且自旋角量子数为1/2？

二、计算题（共5小题，每小题20分，共100分）

1、粒子在一维无限深方势阱中运动，势能函数为$V(x)=\begin{cases}\infty, & x<0, x>a\\ 0, & 0\le x\le a\end{cases}$。

（1）求粒子的能量许可值及相应的归一化定态波函数；

（2）已知在$t=0$时刻粒子处于波函数$\psi(x,0)=(1+3\cos\frac{\pi x}{a})\sin\frac{\pi x}{a}$（阱内）描述的状态中，求$t>0$时刻粒子状态的归一化波函数$\psi(x,t)$；

（3）求粒子在状态$\psi(x,t)$下能量的可能取值和取值几率，以及粒子能量的期望值。

2、将类氢离子的核视为半径为 R（$R \ll$ 玻尔半径 a_0）的球。

（1）若核电荷 Ze 均匀地分布在球体上；

（2）若核电荷 Ze 均匀地分布在球面上；

试应用定态微扰论计算这种效应对类氢离子基态能量的一级修正。（已知类氢离子的基态波函数 $\psi_{100}^{0}(\vec{r}) = \left(\dfrac{Z^3}{\pi a_0^3}\right)^{1/2} e^{-Zr/a_0}$，基态能量 $E_1^0 = -\dfrac{Ze^2}{2a_0}$。）

3、氦原子有两个核外电子（自旋 $s = 1/2$），若忽略这两电子间的相互作用，写出氦原子的基态和第一激发态的能量、波函数和能量的简并度。（假设类氢离子轨道波函数 $\phi_{nlm}(\vec{r})$ 和能级 ε_n 为已知。）

4、能量为 E 的粒子在常虚数势场 $-iV$（$V \ll E$）中沿 x 轴正方向运动，求粒子的运动波函数 $\psi(x,t)$ 及相应的几率流密度 $j(x,t)$。再证明虚势场代表粒子的吸收，并计算吸收系数 $\alpha = \left|-\dfrac{1}{j}\dfrac{dj}{dx}\right|$。

5、一束热中子沿 x 正方向极化，于时刻 $t = 0$ 开始进入恒定均匀磁场 $\vec{B} = (0,0,B)$ 的区域。中子的自旋磁矩矢量算符为 $\hat{\vec{M}} = -\mu_n \hat{\vec{\sigma}}$，式中 μ_n 为中子自旋磁矩，$\hat{\vec{\sigma}}$ 为泡里算符。

（1）写出 $t=0$ 时刻中子的自旋态矢量 $\chi(0)$；

（2）求 $t > 0$ 时刻中子的自旋态矢量 $\chi(t)$；

（3）证明 $\chi(t)$ 是自旋算符 $\hat{S}_\theta = \hat{S}_x \cos\theta + \hat{S}_y \sin\theta$ 的本征态矢量，式中 $\theta = \dfrac{2\mu_n Bt}{\hbar}$；再由此说明中子自旋极化方向随时间变化的情况。

2005年武汉大学493量子力学考研真题

武 汉 大 学

2005年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目名称：量子力学　　　　科目代码：493

注意：所有的答题内容必须答在答题纸上，凡答在试题或草稿纸上一律无效。

一、简答题（共5小题，每小题10分，共50分）

1、质量为 m 的非相对论性自由粒子以速度 v 沿 x 轴正方向运动， 给出该粒子运动的德布罗意波波长与频率，并写出粒子运动的归一化波函数。

2、试述波函数的三个标准条件；何为定态和非定态？何为束缚态和自由态？

3、试定义角动量算符 $\hat{J}$，并给出其角量子数的可能取值及固定角量子数的一个值后磁量子数的可能取值；对于两个独立的角动量 $\hat{J}_1$ 和 $\hat{J}_2$ 耦合成总角动量 $\hat{J}$，写出其角量子数 j 可能取值的 $\Delta(j_1,j_2,j)$ 关系。

4、试写出基本量子条件三个对易关系式。

5、试定义微分散射截面和总截面；指出处理势散射问题常用的两种方法，并说明它们的适用条件。

二、计算题（共5小题，每小题20分，共100分）

1、一个粒子以能量 E 沿 x 轴正方向入射阶梯势垒 $V(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ V_0>0, & x>0\end{cases}$，设 $E>V_0$，求透射系数和反射系数。

2、两个自旋 $s=\frac{1}{2}$ 的粒子置于恒定均匀磁场 $\vec{B}=(0,0,B)$ 中，体系的哈密顿算符为 $\hat{H}=B(a_1\hat{S}_{1z}+a_2\hat{S}_{2z})+b\hat{\vec{S}}_1\cdot\hat{\vec{S}}_2$，式中 a_1、a_2 和 b 为常量且 $a_1\neq a_2$。如果磁场很弱，试应用定态微扰论求体系能量至一级近似。

3、质量为 m 的粒子在三维无限深球势阱 $V(r)=\begin{cases}0, & r\le a\\ \infty, & x>a\end{cases}$ 中运动处于基态（$n=1$、$l=0$ 的态）。

（1）求体系能量和归一化波函数；

（2）若球势阱的半径突然增加一倍，求此时刻体系仍处于基态的几率。

提示：$i.$ 单粒子在中心势场 $V(r)$ 中运动的哈密顿算符为：

$$\hat{H}=-\frac{\hbar^2}{2m}[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial}{\partial r})-\frac{\hat{\vec{L}}^2}{\hbar^2 r^2}]+V(r)$$

$ii.$ $Y_{0,0}(\theta,\varphi)=\sqrt{\frac{1}{4\pi}}$

$iii.$ $\int\sin mx\sin nx dx=\frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)}-\frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)}+C$

4、平面转子的转动惯量为 I 并具有电偶极矩 $\vec{D}$，从 $t=0$ 时刻开始处于均匀但随时间 t 变化的弱电场 $\vec{\varepsilon}(t)$ 中，电场的方向恒定并在转子平面上，大小为 $\varepsilon_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$，$\tau>0$。设初始 $t=0$ 时刻转子处于基态。试求转子在 $t=0$ 至 $t\to+\infty$ 期间电偶极辐射跃迁到各激发态的几率。

5、两个电子束缚在一维无限深方势阱 $(0\le x\le a)$ 内，忽略两电子间的的相互作用但计及电子的自旋态，求体系的基态和第一激发态的能量、归一化波函数以及能量的简并度。

2004年武汉大学806量子力学考研真题

武 汉 大 学

2004年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目名称：量子力学　　　　　科目代码：806

注意：所有的答题内容必须答在答题纸上，凡答在试题或草稿纸上一律无效。

一、简答题（共5小题，每小题10分，共50分）

1、写出物质波的德布罗意关系式；再简述戴维逊和革末对物质波的实验验证。

2、力学量算符必须是什么性质的算符？为什么？

3、什么是体系的守恒量？写出单粒子在中心力场中运动有哪些守恒量。

4、关于两个角动量$\vec{J}_1$和$\vec{J}_2$耦合，写出角量子数j_1、j_2、j之间的三角形$\Delta(j_1 j_2 j)$关系式和磁量子数m_1、m_2、m之间的关系式；再写出两个电子的自旋耦合态态矢量表示式（共四个）。

5、试述量子跃迁的基本概念；再写出氢原子电偶极辐射跃迁的选择定则。

二、计算题（5小题，共100分）

1、（**30分**）一个质点在xy平面上绕固定点O并与点O保持恒定距离运动的体系称为平面转子。设质点的质量为μ，质点与固定点O的距离为R。

（1）求体系的能谱和归一化定态波函数组；

（2）若平面转子带电荷q，置于恒定均匀磁场$\vec{B}$中，$\vec{B}$沿着z轴正方向，再求体系的能谱；

（3）如果平面转子不是置于磁场中，而是受到微扰作用$\hat{H}'=V_0\delta(\varphi-\varphi_0)$，试求其任一激发定态能量的一级近似和相应定态波函数的正确零级近似。

2、（**15分**）粒子在一维势场中运动，设所处束缚定态的波函数为

$$\phi(x)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{15}{16a^5}}(a^2-x^2), & |x|\le a,\\ 0, & |x|>a;\end{cases}$$

试求粒子相应的能量以及势场$V(x)$。

3、（**15 分**）设$t=0$时刻，自由粒子的状态为$\phi(x)=A(\sin^2 kx+\frac{1}{2}\cos kx)$，求此时粒子的平均动量和平均动能。

4、（**20 分**）

（1）设自旋的角量子数$s=1/2$，自旋算符$\hat{S}_z$的相应于$m_s=+1/2$和$-1/2$的归一化本征矢量分别记为χ_+和χ_-，为已知，试求自旋算符$\hat{S}_x$的分别相应于$m_x=+1/2$和$-1/2$的归一化本征矢量（用χ_+和χ_-表示出来）；

（2）一束自旋已极化的中子沿着 y 轴正方向行进，中子处于自旋算符$\hat{S}_x$的相应于$m_x=+1/2$的本征态；设中子自$t=0$时刻开始进入恒定均匀的磁场$\overline{B}$中（$\overline{B}$沿着 z 轴正方向），接着在t（$t>0$）时刻进入一个斯特恩－盖拉赫装置（装置内的磁场顺着 x 轴方向）；求中子束分裂成两束的强度比。（中子自旋磁矩记为μ_N。）

5、（**20 分**）两个自旋$s=0$的全同粒子处于宽为a的一维无限深方势阱中，两粒子之间的相互作用势能为$V(x_1,x_2)=A\delta(x_1-x_2)$，视为微扰。试求

（1）体系基态、第一激发态的能量零级近似值和零级近似定态波函数；

（2）体系基态、第一激发态的能量一级近似值。

（ $\int_0^a \sin^4\frac{\pi x}{a}dx=\frac{3}{8}a$， $\int_0^a \sin^2\frac{\pi x}{a}\sin^2\frac{2\pi x}{a}dx=\frac{1}{4}a$ ）

2003年武汉大学706量子力学考研真题

武 汉 大 学

2003年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目名称：量子力学　　　　科目代码：706

注意：所有的答题内容必须答在答题纸上，凡答在试题纸上一律无效。

一、简答题（共5小题，每小题10分，共50分）

1、简述德布罗意的物质波假说。

2、简述量子力学的五条基本假设。

3、简要说明乌伦贝克—高德斯密特电子自旋假设的基本要点。

4、试述量子跃迁的基本概念，再写出跃迁几率的一级近似表示式。

5、试述微分散射截面的定义；指出处理势散射问题常用的两种方法，并说明它们的适用条件。

二、计算题（共5小题，每小题20分，共100分）

1、粒子在一维无限深方势阱中运动，势能函数为$V(x)=\begin{cases}\infty, & x<0, x>a \\ 0, & 0\le x\le a\end{cases}$。

（1） 求粒子的能量许可值及相应的归一化定态波函数；

（2） 已知在$t=0$时刻粒子处于波函数$\psi(x,0)=(1+\cos\frac{\pi x}{a}\cos\frac{2\pi x}{a})\sin\frac{\pi x}{a}$（阱内）描述的状态中，求$t>0$时刻粒子状态的归一化波函数$\psi(x,t)$；

（3） 求粒子在状态$\psi(x,t)$下能量的可能取值和取值几率，以及粒子能量的期望值。

2、空间转子处于状态$\psi(\theta,\varphi)=\cos\theta+\sin\theta\cos\varphi$，试求

（1） 轨道角动量平方L^2的可能取值、取值几率及期望值；

（2） 轨道角动量 z 分量 L_z 的可能取值、取值几率及期望值；

（已知球谐函数 $Y_{0,0}(\theta,\varphi)=\sqrt{\frac{1}{4\pi}}$，$Y_{1,1}(\theta,\varphi)=-\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta e^{i\varphi}$，

$Y_{1,0}(\theta,\varphi)=\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta$，$Y_{1,-1}(\theta,\varphi)=\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta e^{-i\varphi}$）

3、只考虑自旋运动，设电子处于恒定均匀磁场 $\vec{B}=(0,B,0)$ 中，$t=0$ 时刻处于态 $\chi(0)=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ 下。已知电子自旋磁矩算符 $\widehat{M}_s=-\frac{2\mu_0}{\hbar}\hat{S}$，这里 μ_0 是玻尔磁子，$\hat{S}$ 是电子自旋算符。求在 $t>0$ 时刻，

（1） 电子自旋态 $\chi(t)$；

（2） 自旋期望值 $\overline{S_x(t)}$、$\overline{S_y(t)}$ 和 $\overline{S_z(t)}$；

（3） 电子自旋向上（$s_z=+\hbar/2$）和向下（$s_z=-\hbar/2$）的几率比。

4、粒子在二维无限深方势阱内运动，$V(x,y)=\begin{cases}0, 0\le x\le a, 0\le y\le a\\ \infty, \quad 其它区域\end{cases}$。

（1） 求体系基态及第一激发态的能量本征值与相应的归一化定态波函数；

（2） 若体系受到微扰 $\widehat{H}'=\beta xy$ 的作用，求体系基态及第一激发态能量的一级近似值。

（已知 $\int_0^a x\sin^2\frac{\pi x}{a}dx=\int_0^a x\sin^2\frac{2\pi x}{a}dx=\frac{1}{4}a^2$，$\int_0^a x\sin\frac{\pi x}{a}\sin\frac{2\pi x}{a}dx=-\frac{8a^2}{9\pi^2}$

$\int_0^a \sin^4\frac{\pi x}{a}dx=\frac{3}{8}a$，　$\int_0^a \sin^2\frac{\pi x}{a}\sin^2\frac{2\pi x}{a}dx=\frac{1}{4}a$）

5、两个自旋 $s=1/2$ 的全同费米子置于宽为 a 的一维无限深方势阱中，两个粒子间的相互作用势能为 $V(x_1,x_2)=A\delta(x_1-x_2)$，视为微扰。试求

（1） 体系基态、第一激发态的能量零级近似值和零级近似定态波函数；

（2） 体系基态、第一激发态的能量一级近似值。