

# Table of Contents

[内容简介](#)

[目 录](#)

[2015年山东建筑大学906量子力学考研真题](#)

[2014年山东建筑大学906量子力学考研真题](#)

[2013年山东建筑大学906量子力学考研真题](#)

[2012年山东建筑大学906量子力学考研真题](#)

[2011年山东建筑大学906量子力学考研真题](#)

[2010年山东建筑大学906量子力学考研真题](#)

[2009年山东建筑大学902量子力学考研真题](#)

[2008年山东建筑大学902量子力学考研真题](#)

2015年山东建筑大学906量子力学考研真题

# 山东建筑大学

## 2015 年攻读硕士学位研究生入学考试初试试题 A

考试科目代码: 906 考试科目: 量子力学

考生注意事项:

- 1、答题必须做在答题纸上, 否则不得分, 答卷与试题一同交回。
- 2、答题纸上不得标注任何标记, 否则按 0 分处理。
- 3、满分为 150 分。

### 一、简答题 (共 30 分, 每小题 5 分)

- 1、波函数的标准化条件是什么
- 2、什么是定态
- 3、什么是隧道效应
- 4、角量子数和磁量子数的选择定则
- 5、简并、简并度
- 6、简述全同性原理

### 二、计算题 (共 110 分)

- 1、求德布罗意波长等于  $1 \times 10^{-10} \text{ m}$  的电子的速度、动量和动能。 (15 分)
- 2、一粒子在一维势场

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ 0, & 0 \leq x \leq a \\ \infty, & x > a \end{cases} \text{ 中运动, 求粒子的能级和对应的波函数。 (20 分)}$$

- 3、设氢原子电子波函数为

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{10}} (2\psi_{100} + \psi_{210} + \sqrt{2}\psi_{211} + \sqrt{3}\psi_{21-1})$$

求: 氢原子能量, 角动量二次方及角动量  $z$  分量的可能值, 这些可能值出现的几率和这些力学量的平均值。 (20 分)

- 4、已知体系的哈密顿量

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} 2\varepsilon & 0 & \varepsilon \\ 0 & 2\varepsilon & 0 \\ \varepsilon & 0 & 2\varepsilon \end{pmatrix}$$

求：(1) 体系能量本征值及相应的在能量表象正交归一的本征矢组；(10分)

(2) 将  $\hat{H}$  对角化，并给出对角化的么正变换矩阵。(10分)

5. 质量为  $\mu$  的粒子束被球壳  $\delta$  的势场散射，

$$U(r) = U_0 \delta(r - a)$$

在 高能近似下，用 玻恩近似 计算 散射振幅 和 微分截面。(15分)

6. 在 宽为  $a$  的一维无限深势阱中运动的粒子 (区间  $0 \leq x \leq a$  中,  $U = 0$ ) 受到微扰

$$\hat{H}' = \begin{cases} 0, & (x < \frac{a}{4}, x > \frac{3}{4}a) \\ \lambda, & (\frac{a}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}a) \end{cases}$$

的作用，求 能量和波函数 的一级修正。(20分)

三、证明题 (共 10 分，每小题 5 分)

1.  $\hat{S}_z \chi_s^{(1)} = \hbar \chi_s^{(1)}$

2.  $\hat{S}^2 \chi_s^{(1)} = 2\hbar^2 \chi_s^{(1)}$

附参考常量：

电子电量  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ ；

电子质量  $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{kg}$ ；

普朗克常数  $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$ ；

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^\infty \sin(Kr)rdr = \frac{1}{K^2} \sin(Kr) - \frac{1}{K} r \cos(Kr) \\ \int_0^\infty r e^{-\sigma r} \sin(Kr) dr = \frac{2aK}{(a^2 + K^2)^2} \\ \int_0^\infty e^{-\sigma r} \sin(Kr) dr = \frac{K^2}{a^2 + K^2} \\ \int_0^\infty \frac{\sin(Kr)}{r} dr = \frac{\pi}{2} \end{array} \right. \quad \text{式中 } a > 0$$

2014年山东建筑大学906量子力学考研真题

# 山东建筑大学

## 2014 年攻读硕士学位研究生入学考试初试试题 A

考试科目代码: 906 考试科目: 量子力学

考生注意事项:

- 1、答题必须做在答题纸上, 否则不得分, 答卷与试题一同交回。
- 2、答题纸上不得标注任何标记, 否则按 0 分处理。
- 3、满分为 150 分。

一、简答题 (共 30 分, 每小题 5 分)

- 1、简述波函数的波恩统计解释
- 2、简述态叠加原理
- 3、什么是厄米算符
- 4、简述偶极跃迁选择定则
- 5、什么是波色子
- 6、什么是泡利不相容原理

二、计算题 (共 110 分)

- 1、在 0 K 附近, 钠的价电子动能约为 3eV, 求其德布罗意波长。(10 分)
- 2、一粒子在一维势阱

$$U(x) = \begin{cases} U_0 > 0 & |x| > a \\ 0 & |x| \leq a \end{cases} \text{ 中运动,}$$

求束缚态 ( $0 < E < U_0$ ) 能级所满足的方程。(20 分)

- 3、设氢原子处于状态

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{3} R_{21}(r) Y_{1,0}(\theta, \varphi) - \frac{2\sqrt{2}}{3} R_{21}(r) Y_{1,-1}(\theta, \varphi)$$

求氢原子能量、角动量平方及角动量 z 分量的可能值, 这些可能值出现的概率和这些力学量的期望值。(20 分)

- 4、设已知在  $\hat{L}^2$  和  $\hat{L}_z$  的共同表象中, 算符  $\hat{L}_x$  和  $\hat{L}_y$  的矩阵分别为:

$$L_x = \frac{\hbar\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad L_y = \frac{\hbar\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$$

求它们的本征值和归一化的本征函数，并将矩阵  $L_x$  和  $L_y$  对角化。(30分)

5、已知体系的哈密顿量在某个表象中表示为

$$\hat{H} = E_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \text{ 其中 } E_0 > 0, \varepsilon > 0, \varepsilon \ll E_0$$

用微扰公式求能量至二级修正值。(15分)

6、慢速粒子受到势能为

$$U(r) = \begin{cases} U_0 & r \leq a \\ 0 & r > a \end{cases} \text{ 场的散射, 若 } E < U_0, U_0 > 0,$$

求散射截面。(15分)

三、证明题 (共 10 分)

1、证明:  $\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y \hat{\sigma}_z = i$ 。(10分)

附参考常量:

电子电量  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  ;

电子质量  $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$  ;

普朗克常数  $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  ;

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^{\infty} \sin(Kr) r dr = \frac{1}{K^2} \sin(Kr) - \frac{1}{K} r \cos(Kr) \\ \int_0^{\infty} r e^{-ar} \sin(Kr) dr = \frac{2aK}{(a^2 + K^2)^2} \\ \int_0^{\infty} e^{-ar} \sin(Kr) dr = \frac{K^2}{a^2 + K^2} \\ \int_0^{\infty} \frac{\sin(Kr)}{r} dr = \frac{\pi}{2} \end{array} \right. \quad \text{式中 } a > 0$$

2013年山东建筑大学906量子力学考研真题

# 山东建筑大学

## 2013 年攻读硕士学位研究生入学考试初试试题 ★

考试科目代码： 906 考试科目： 量子力学

考生注意事项：

- 1、答题必须做在答题纸上，否则不得分，答卷与试题一同交回
- 2、答题纸上不得标注任何标记，否则按零分处理
- 3、答题时可以使用不带存贮功能的计算器

1. 简答题：(30 分)

- (1) 隧道效应
- (2) 波函数的标准化条件
- (3) 束缚态
- (4) 全同性原理
- (5) 泡利不相容原理

2. 求德布罗意波长等于  $1 \times 10^{-10} \text{ m}$  的电子的速度、动量和动能。(15 分)

3. 一粒子在一维势场

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ 0, & 0 \leq x \leq a \\ \infty, & x > a \end{cases} \text{ 中运动, 求粒子的能级和对应的波函数。 (20 分)}$$

4. 转动惯量为  $I$  一刚性转子绕一固定点转动，其能量的经典表示式是  $H = L^2 / 2I$ ，

式中  $L$  为角动量，求此量子体系的定态能量及波函数。(15 分)

5. 设氢原子电子波函数为

$$\psi(r, \theta, \varphi, s_z) = \frac{1}{\sqrt{10}} (2\psi_{100}\chi_{1/2} + \psi_{210}\chi_{-1/2} + \sqrt{2}\psi_{211}\chi_{1/2} + \sqrt{3}\psi_{21-1}\chi_{-1/2})$$

求：氢原子能量，角动量二次方及角动量  $z$  分量和自旋  $z$  分量的可能值，这些可能值出现的几率和这些力学量的平均值。(20 分)

6. 在  $\hat{L}^2$  和  $\hat{L}_z$  的共同表象中，算符  $\hat{L}_x$  的矩阵形式为

$$\hat{L}_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

求  $\hat{L}_x$  的本征值和归一化本征函数。(15分)

7. 有一两能级体系, 哈密顿量  $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}'$ , 在  $\hat{H}_0$  表象中,  $\hat{H}_0$  和  $\hat{H}'$  表示为

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix} \quad \hat{H}' = b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$\hat{H}'$  为微扰,  $b$  为微扰强度, 用微扰公式求能量至二级修正。(15分)

8. 求高能粒子在势场  $U(r) = U_0 e^{-br} / r (b > 0)$  中散射时的微分散射截面。(10分)

9. 证明:

$$\hat{S}_y \chi_{1/2}(S_z) = \frac{i\hbar}{2} \chi_{-1/2}(S_z) \quad \hat{S}_y \chi_{-1/2}(S_z) = -\frac{i\hbar}{2} \chi_{1/2}(S_z) \quad (10分)$$

附参考常量:

电子电量  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  ;

电子质量  $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$  ;

普朗克常数  $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  ;

$S_{1z} = \frac{\hbar}{2}$  的本征态为  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}_2$

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^{\infty} r e^{-ar} \sin(Kr) dr = \frac{2aK}{(a^2 + K^2)^2} \\ \int_0^{\infty} e^{-a^2 r^2} \cos(Kr) dr = \frac{\sqrt{\pi} e^{-\frac{K^2}{4a^2}}}{2a} \\ \int_0^{\infty} e^{-ar} \sin(Kr) dr = \frac{K^2}{a^2 + K^2} \\ \int_0^{\infty} \frac{\sin(Kr)}{r} dr = \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$$

2012年山东建筑大学906量子力学考研真题

# 山东建筑大学

## 2012 年研究生入学考试初试试题

考试科目代码: 906 考试科目: 量子力学

考生注意事项:

- 1、答题必须做在答题纸上, 否则不得分; 答卷与试题一同交回。
- 2、答题纸上不得标注任何标记, 否则按 0 分处理。
- 3、满分为 150 分。

### 1. 简答题: (30 分)

- (1) 波函数的波恩统计解释
- (2) 定态
- (3) 偶极跃迁选择定则
- (4) 量子数为  $j_1$  和  $j_2$  的两个角动量耦合后  $j$  的取值范围
- (5) 费米子
- (6) 泡利不相容原理

### 2. 求能量为 100 eV, 质量为 1 g 的质点的德布罗意波长。(10 分)

### 3. 设粒子限制在方形箱子中运动, 即

$$U(x, y, z) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a, 0 < y < a, 0 < z < a, \\ \infty & \text{其余区域} \end{cases}$$

(1) 列出定态薛定谔方程, 用分离变量法 ( $\psi(x, y, z) \rightarrow X(x)Y(y)Z(z)$ ) 求

系统能量本征值和归一化波函数; [15 分]

(2) 求系统基态能量、第一激发态能量, 及基态与第一激发态简并度。[10 分]

### 4. 设氢原子电子波函数为 (20 分)

$$\psi(r, \theta, \varphi, S_z) = \frac{1}{2} R_{21}(r) Y_{10}(\theta, \varphi) \chi_{1/2}(S_z) - \frac{\sqrt{3}}{2} R_{21}(r) Y_{1-1}(\theta, \varphi) \chi_{-1/2}(S_z)$$

求氢原子能量、角动量二次方及角动量  $z$  分量和自旋  $z$  分量的可能值, 这些可能值出现的几率和这些力学量的平均值。

### 5. 厄密算符 $\hat{A}$ 与 $\hat{B}$ 满足, $\hat{A}^2 = \hat{B}^2 = 1$ , 且 $\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} = 0$ 。求

(1) 在A表象中算符 $\hat{A}$ 和 $\hat{B}$ 的矩阵表示；(10分)

(2) 在A表象中算符 $\hat{B}$ 的本征值与本征态矢。(10分)

6. 有一个两能级体系，哈密顿量为 $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}'$ 。在 $\hat{H}_0$ 表象中， $\hat{H}_0$ 和 $\hat{H}'$ 表示为

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix}, \quad \hat{H}' = b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$\hat{H}'$ 为微扰， $b$ 表示微扰强度，用微扰公式求能量至二级修正。(10分)

7. 波恩近似法求粒子在势能 $U(r) = U_0 e^{-a^2 r^2}$ 场中散射时的微分散射截面。(15分)

8. 一体系有三个全同的玻色子组成，玻色子之间无相互作用。玻色子只有两个可能的单粒子态。问体系可能的状态有几个？它们的波函数怎样用单粒子波函数构成？(10分)

9. 证明： $\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y \hat{\sigma}_z = i$  (10分)

附参考常量及公式：

电子电量  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$       电子质量  $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

普朗克常数  $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^{\infty} r e^{-ar} \sin(Kr) dr = \frac{2aK}{(a^2 + K^2)^2} \\ \int_0^{\infty} e^{-a^2 r^2} \cos(Kr) dr = \frac{\sqrt{\pi} e^{-\frac{K^2}{4a^2}}}{2a} \\ \int_0^{\infty} e^{-ar} \sin(Kr) dr = \frac{K^2}{a^2 + K^2} \\ \int_0^{\infty} \frac{\sin(Kr)}{r} dr = \frac{\pi}{2} \end{array} \right. \quad \text{式中 } a > 0$$

2011年山东建筑大学906量子力学考研真题

# 山东建筑大学

## 2011 年研究生入学考试初试试题

考试科目代码: 906 考试科目: 量子力学

考生注意事项:

- 1、答题必须做在答题纸上, 否则不得分, 答卷与试题一同交回。
- 2、答题纸上不得标注任何标记, 否则按零分处理。
- 3、满分为 150 分。

### 1. 简答题: (30 分)

- (1) 质量为  $m$ 、能量为  $E$  的自由离子的德布罗意波长
- (2) 态叠加原理
- (3) 厄密算符
- (4) 偶极跃迁选择定则
- (5) 泡利不相容原理
- (6) 全同性原理

2. 一粒子在一维势场  $U(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq a \\ U_0, & |x| > a \end{cases}$

中运动, 求粒子束缚态 ( $0 < E < U_0$ ) 的能级所满足的方程。(20 分)

### 3. 设氢原子电子波函数为

$$\psi(r, \theta, \varphi, S_z) = \frac{1}{4} \psi_{211} \chi_{1/2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \psi_{21-1} \chi_{-1/2} - \frac{\sqrt{3}}{4} \psi_{100} \chi_{-1/2}$$

求氢原子能量、角动量二次方及角动量  $z$  分量和自旋  $z$  分量的可能值, 这些可能值出现的几率和这些力学量的平均值。(20 分)

### 4. 已知体系的哈密顿量

$$H = a \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

求：(1) 体系能量本征值及相应的在能量表象的正交归一化的本征矢组；  
(17分)

(2) 将  $\hat{H}$  对角化，并给出对角化的么正变换矩阵。(8分)

5. 有一粒子，其 Hamilton 量的矩阵形式为： $H = H_0 + H'$ ，其中

$$H_0 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad H' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 \\ \alpha & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \alpha \ll 1$$

求能级的一级近似和波函数的 0 级近似。(20分)

6. 用波恩近似法求粒子在势能  $U(r) = -U_0 e^{-r/a}$  ( $a > 0$ ) 场中散射时的微分散射截面。(10分)

7. 考虑两个电子组成的系统，假设其波函数的空间部分波函数是反对称的，求对应自旋部分的波函数。总自旋算符定义为： $\vec{S} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$ 。

求：总自旋  $\vec{S}^2$  和  $\vec{S}_z$  的本征值。(10分)

8. 角动量算符定义为： $\hat{L} = \hat{r} \times \hat{p}$  (15分)

(1) 证明： $[\hat{L}^2, \hat{L}_z] = 0$

(2) 定义算符： $\hat{L}_\pm = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y$ ，证明： $[\hat{L}_z, \hat{L}_\pm] = \pm\hbar\hat{L}_\pm$ ； $[\hat{L}^2, \hat{L}_\pm] = 0$ 。

附参考公式：

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^\infty r e^{-ar} \sin(Kr) dr = \frac{2aK}{(a^2 + K^2)^2} \\ \int_0^\infty e^{-a^2 r^2} \cos(Kr) dr = \frac{\sqrt{\pi} e^{-\frac{K^2}{4a^2}}}{2a} \\ \int_0^\infty e^{-ar} \sin(Kr) dr = \frac{K}{a^2 + K^2} \\ \int_0^\infty \frac{\sin(Kr)}{r} dr = \frac{\pi}{2} \end{array} \right. \quad \text{式中 } a > 0$$

2010年山东建筑大学906量子力学考研真题

# 山东建筑大学

## 2010 年研究生入学考试初试试题

考试科目代码: 906 考试科目: 量子力学

考生注意事项:

- 1、答题必须做在答题纸上, 否则不得分, 答卷与试题一同交回。
- 2、答题纸上不得标注任何标记, 否则按零分处理。
- 3、答题时可以使用不带存贮功能的计算器。

### 1. 简答题: (30 分)

- (1) 隧道效应
- (2) 束缚态
- (3) 厄密算符
- (4) 全同性原理
- (5) 波色子
- (6) 量子数为  $j_1$  和  $j_2$  的两个角动量耦合后的取值范围

2. 转动惯量为  $I$  的一刚性转子绕一固定轴转动, 它的能量经典表示式

是  $H = \frac{L^2}{2I}$ ,  $L$  为角动量, 求该量子体系的定态能量及波函数。(15 分)

3. 设氢原子的电子波函数为

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2} R_{21}(r) Y_{10}(\theta, \varphi) \chi_{\frac{1}{2}}(S_z) - \frac{\sqrt{3}}{2} R_{21}(r) Y_{1-1}(\theta, \varphi) \chi_{-\frac{1}{2}}(S_z)$$

求氢原子能量、角动量二次方及角动量  $z$  分量和自旋  $z$  分量的可能值, 这些可能值出现的几率和这些力学量的平均值。(15 分)

4. 在  $l=1$  的  $\hat{L}^2, L_z$  表象中, 基矢为  $\phi_1 = Y_{11}(\theta, \varphi)$ ,  $\phi_2 = Y_{10}(\theta, \varphi)$ ,

$\phi_3 = Y_{1-1}(\theta, \varphi)$ 。已知  $\hat{L}_+ Y_{lm}(\theta, \varphi) = \sqrt{l(l+1) - m(m+1)} \hbar Y_{l, m+1}(\theta, \varphi)$ , 求

$L_x$  的矩阵表示和它的本征值及本征函数。(30分)

5. 有一粒子, 其 Hamilton 量的矩阵形式为:  $H = H_0 + H'$ , 其中

$$H_0 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad H' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 \\ \alpha & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \alpha \ll 1$$

用微扰理论求能级的一级近似。(15分)

6. 慢速粒子受到势能为

$$U(r) = \begin{cases} U_0, & r \leq a \\ 0 & r > a \end{cases}$$

场的散射, 若  $E < U_0$ ,  $U_0 > 0$ , 求散射截面。(20分)

7. 当体系 Hamilton 量不含二电子自旋相互作用项时, 求具有一定对称性的二电子自旋波函数, 共有多少个? (15分)

8. 粒子在一维势场  $V(x)$  中运动, 证明属于不同能级的束缚态波函数彼此正交。(10分)

附参考常量:

电子电量  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$       电子质量  $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

普朗克常数  $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

2009年山东建筑大学902量子力学考研真题

# 山东建筑大学

## 2009 年研究生入学考试初试试题

考试科目代码: 902 考试科目: 量子力学

考生注意事项:

- 1、答题必须做在答题纸上, 否则不得分, 答卷与试题一同交回。
- 2、答题纸上不得标注任何标记, 否则按零分处理。
- 3、答题时可以使用不带存贮功能的计算器。

### 1. 简答题: (25 分)

- (1) 波函数的波恩统计解释
- (2) 束缚态
- (3) 波函数的标准条件
- (4) 偶极跃迁选择定则
- (5) 泡利不相容原理

### 2. 设电子能量为 150 eV, 求其德布罗意波长。(5 分)

### 3. 设粒子限制在方形箱子中运动, 即

$$U(x, y, z) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a, 0 < y < a, 0 < z < a, \\ \infty & \text{其余区域} \end{cases}$$

(1) 列出定态薛定谔方程, 用分离变量法 ( $\psi(x, y, z) \rightarrow X(x)Y(y)Z(z)$ )

求系统能量本征值和归一化波函数; (20 分)

(2) 求系统基态能量、第一激发态能量以及基态与第一激发态简并度;  
(10 分)

(3) 假设有两个玻色子在立方箱子中运动, 不考虑玻色子间相互作用, 系统基态能是多少? 并写出归一化系统基态波函数。(10 分)

### 4. 设氢原子电子波函数为 (25 分)

$$\psi(r, \theta, \varphi, S_z) = \frac{1}{\sqrt{10}} \left( 2\psi_{100}\chi_{1/2} + \psi_{210}\chi_{-1/2} + \sqrt{2}\psi_{211}\chi_{1/2} + \sqrt{3}\psi_{21-1}\chi_{-1/2} \right)$$

求氢原子能量、角动量二次方及角动量  $z$  分量和自旋  $z$  分量的可能值，这些可能值出现的几率和这些力学量的平均值。

5. 已知体系的哈密顿量

$$H = a \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

求：(1) 体系能量本征值及相应的在能量表象的正交归一化的本征矢量组；  
(20分)

(2) 将  $\hat{H}$  对角化，并给出对角化的么正变换矩阵。(5分)

6. 有一个两能级体系，哈密顿量为  $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}'$ 。

在  $\hat{H}_0$  表象中， $\hat{H}_0$  和  $\hat{H}'$  表示为

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix}, \quad \hat{H}' = b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$\hat{H}'$  为微扰， $b$  表示微扰强度，用微扰公式求能量至二级修正。(10分)

7. 波恩近似法求粒子在势能  $U(\mathbf{r}) = \frac{A}{r^2}$  场中散射时的微分散射截面。

(10分)

8. 证明： $\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y \hat{\sigma}_z = i$  (10分)

附参考常量及公式：

电子电量  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$       电子质量  $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

普朗克常数  $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ j} \cdot \text{s}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^{\infty} r e^{-ar} \sin(Kr) dr = \frac{2aK}{(a^2 + K^2)^2} \\ \int_0^{\infty} e^{-a^2 r^2} \cos(Kr) dr = \frac{\sqrt{\pi} e^{-\frac{K^2}{4a^2}}}{2a} \\ \int_0^{\infty} e^{-ar} \sin(Kr) dr = \frac{K^2}{a^2 + K^2} \\ \int_0^{\infty} \frac{\sin(Kr)}{r} dr = \frac{\pi}{2} \end{array} \right. \quad \text{式中 } a > 0$$

2008年山东建筑大学902量子力学考研真题

# 山东建筑大学

## 2008 年攻读硕士学位研究生入学考试初试试题

考试科目代码： 902 考试科目： 量子力学

考生注意事项：

- 1、答题必须做在答题纸上，否则不得分，答卷与试题一同交回
- 2、答题纸上不得标注任何标记，否则按零分处理
- 3、答题时可以使用不带存贮功能的计算器

1. 一电子被电场加速后的德布罗意波长  $0.122 \times 10^{-10} \text{ m}$ ，求加速电压。(10 分)

2. 简答题：

- (1) 量子力学中，波函数的标准化条件是什么？(7)
- (2) 什么是泡利不相容原理？(8)

3. 一刚性转子转动惯量为  $I$ ，其能量的经典表示式是  $H = \frac{L^2}{2I}$ ， $L$  为角动量，

求转子绕以固定点转动的定态能量及波函数。(20 分)

4. 设氢原子处于状态

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{10}} (2\psi_{100} + \psi_{210} + \sqrt{2}\psi_{211} + \sqrt{3}\psi_{21-1})$$

求氢原子能量、角动量二次方及角动量  $z$  分量的可能值，这些可能值出现的几率和这些力学量的平均值。(20 分)

5. 已知体系的哈密顿量

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} 2\varepsilon & 0 & \varepsilon \\ 0 & 2\varepsilon & 0 \\ \varepsilon & 0 & 2\varepsilon \end{pmatrix}$$

求：(1) 体系能量本征值及相应的在能量表象正交归一的本征矢组；(20 分)

(2) 将  $\hat{H}$  对角化，并给出对角化的么正变换矩阵。(5 分)