Table of Contents

目　录

2014年厦门大学820量子力学考研真题（回忆版）

2014年厦门大学（820）量子力学试题（回忆版）

一、

（1）说明下面状态是否是定态

$$①\Psi(x,t)=\phi(x)e^{-\frac{iEt}{\hbar}}+\phi(x)e^{\frac{iEt}{\hbar}}$$

$$②\Psi(x,t)=\phi(x)e^{-\frac{i(px+E)t}{\hbar}}+\phi(x)e^{\frac{i(px+E)t}{\hbar}}$$

（2）算符 A 与 B 对易，算符 B 与 C 对易，那么 A 与 C 对易吗？举例说明。

（3）什么是粒子的全同性原理？电子和光子的波函数有什么不同？

（4）电子的自旋角动量与轨道角动量有什么不同，电子的自旋角动量有什么特点。

（5）写出电子在电磁场中运动的薛定谔方程，并写出规范变换。

二、质量为 m 的粒子在一维势场中运动，位势 V（x）如下

$$V(x)=\begin{cases}0,0<x<a\\ \infty,x>a\ or\ x<0\end{cases}$$

已知 t=0 时刻波函数$\Psi(x,0)=Ax(a-x)$.

(1)求归一化常数 A;

(2)写出粒子在势场中的波函数$\Psi_n(x)$和能级E_n;

(3)计算粒子在 t=0 时刻粒子处于$\Psi_n(x)$的概率P_n;

(4)写出 t>0 时刻的$\Psi(x,t)$。(用级数表示即可)

三、某系统哈密顿量为 H，本征态为$|n\rangle$,能量为 E_n。现定义算符 U(m,n)如下

$$U(m,n)=|m\rangle\langle n|$$

(1)求对易关系[H, U(m,n)];

(2)证明 U(m,n) $U^+(p,q)=\delta_{nq}U(m,p)$;

(3)求 Tr(U(m,n));

(4)设 $A_{mn}=<m|A|n>$，证明：①$A=\sum_{mn}A_{mn}U(m,n)$；②$A_{mn}=Tr\{AU(m,n)\}$。

四、质量为 m 的粒子处于如下势场中

$$V(x)=\frac{1}{2}k(x-x_0)^2+V_0$$

其中 k,x_0,V_0 均为常数。求

(1)粒子的本征态和本征能量;

(2)粒子对 k,x_0,V_0 的依赖程度;

(3)粒子是否存在非束缚定态?

五、一个氢原子系统处于如下状态

$$\Psi(\vec{r},S_z)=A\begin{pmatrix}\sqrt{\frac{3}{5}}\Psi_{100}(\vec{r})+\sqrt{\frac{2}{5}}\Psi_{210}(\vec{r})\\ \sqrt{\frac{2}{5}}\Psi_{110}(\vec{r})-\sqrt{\frac{3}{5}}\Psi_{211}(\vec{r})\end{pmatrix}$$

其中$H\Psi_{nlm}=E_n\Psi_{nlm}$。

(1)求归一化常数 A;

(2)角动量 L_z 的平均值;

(3)系统处于 $E=E_2,L^2=2\hbar^2$的概率;

(4)系统处于 $j=3/2,m_j=3/2$ 的概率。

六、系统的哈密顿量为 H_0，本征态为$|n>$,能量为 E_n。现有三个厄米算符 A,B,C，满足 $C=i[A,B]$，且在基态$|0>$下的平均值为 A_0，B_0，C_0。现系统受到一个微扰 $H'=i\lambda[A,H_0]$。

（1）求基态波函数的一级修正;

（2）求在基态一级修正下 B 的平均值（精确到λ量级）。

2013年量子力学真题

一、（25分）

（1）设ψ_1和ψ_2为体系的两个可能状态，如下三种线性叠加：

$$\psi_A=\psi_1+e^{i\delta}\psi_2,\psi_B=\psi_1+\psi_2,\psi_C=e^{i\delta}(\psi_1+\psi_2)$$

式中 δ 为实常数（$\delta\neq 2n\pi$）。问：ψ_A ψ_B ψ_C是否表示相同的状态？

（2）什么是厄米算符？它具有什么特征使得可观测量需由厄米算符表示？试证明动量的 x 的分量是厄米算符。

(3)若体系的波函数为$Y_{lm}(\theta,\varphi)(l\neq 0)$，求其轨道角动量矢量与 z 轴的夹角。

（4）若两个力学量算符 F 与 G 的对易关系为【F, G】=ik，试写出 F 与 G 的

2013年厦门大学量子力学考研真题

测不准关系式。

(5) 粒子总能E=T+V,其中T为粒子的动能，V为粒子的势能。若微观粒子处于经典禁区（E小于V），这是否意味着T小于0？为什么？

二、(25分) 设力学量算符A与体系的哈密顿量H不对易，已知A有两个本征态ψ_1 ψ_2（相应的本征值为$A_1 A_2$）$\psi_1=\frac{\phi_1+\phi_2}{\sqrt{2}},\psi_2=\frac{\phi_1-\phi_2}{\sqrt{2}}$，这里$\phi_1,\phi_2$为H的归一化本征态（相应的本征值为$E_1,E_2$）设体系的初态为$\psi(0)=\psi_1$，求：

(1) t时刻（t>0）体系的波函数Ψ（t）；

(2)将Ψ（t）展开为A的本征态的叠加；

(3) 求出t时刻（t>0）A的平均值$\bar{A}(t)$。

三、(25分) 一刚性转子转动惯量为I，它的能量的经典表示式是$H=\frac{L^2}{2I}$，其中L为轨道角动量。求与此对应的量子体系在下列情况下的定态能量及波函数：

(1) 转子绕一固定轴（Z轴）转动；

(2) 转子绕一固定点（坐标原点）转动。

四、(25分) 一个质量为m的粒子处于一维谐振子势场$V_1(x)=\frac{1}{2}kx^2(k>0)$的基态。

(1) 若弹性系数K突然变成2k,即势场突然变成$V_2(x)=kx^2$，随即测量粒子的能量，求发现粒子处于新势场$V_2(x)$基态的概率；

(2) 势场突然由$V_1(x)$变成为$V_2(x)$后，不进行测量，经过一段时间τ后，势场又恢复到原来势场$V_1(x)$。问τ取何值时粒子可恢复到原来势场$V_1(x)$的基态？

五、(25 分)自旋投影算符定义为$S_n = \frac{\hbar}{2}\vec{\sigma}\cdot\vec{n}$，其中$\vec{\sigma}$为泡利矩阵，$\vec{n}$=(sin θ cos ϕ, sin θ sin ϕ, cos θ)为(θ，ϕ)方向的单位矢量。

(1) 在σ_z表象中，求S_n的本征值与本征态；

(2) 对电子自旋朝上的太$\chi_+ (S_z = \frac{\hbar}{2})$,求$S_n$的可能测量值及相应概率；

(3) 在σ_z表象中，求σ_y的本征值与本征态;;

(4) $\sigma_n = \vec{\sigma}\vec{n}$本征值为1的本征态，求$\sigma_y$的可能测量值及相应概率。

六、(25 分)一质量为 m 的粒子在二维无限深势阱中运动,

$$V(x,y) = \begin{cases} 0, 0 < x < a, 0 < y < a \\ \infty, 其他区域 \end{cases}$$

设加上微扰$H' = \lambda xy$（0 < x < a, 0 < y < a），求：

(1) 不考虑微扰时粒子的能量和波函数；

(2) 不考虑微扰时，粒子的基态及第一激发态能量是否简并？

(3) 基态能量的一级修正；

(4) 第一激发态能量的一级修正。

2012年厦门大学820量子力学考研真题

机密 ★ 启用前和使用过程中

厦门大学2012年招收攻读硕士学位研究生
入 学 考 试 试 题

科目代码：820

科目名称：量子力学

招生专业：物理系、电子科学系、化学系、材料科学与工程系各相关专业

考生须知：答题必须使用黑（蓝）色墨水（圆珠）笔；不得直接在试卷（试题纸）或草稿纸上作答；凡未按上述规定作答均不予评阅、判分，责任考生自负。

（本试卷共六大题）

一、(25分) 简述题(每小题5分)

（1） 波函数归一化条件的物理意义是什么？物理上对波函数有哪些要求？

（2） 什么是幺正算符？若 A，B，C 均为幺正算符，则它们之积 ABC 是否为幺正算符？为什么？

（3） 光的辐射分成几种过程？若粒子由 E_2 能级跃迁至 E_1 能级，写出其辐射光子的频率。

（4） 对处于某量子态的电子，如沿 z 轴方向测量其自旋，总是得到 $+\dfrac{\hbar}{2}$ 的结果。那么沿 x 轴方向测量其自旋，应得怎样的结果？

（5） 若算符 A 不显含时间且与体系的哈密顿（Hamilton）量 H 对易，即 $[A,H]=0$，那么 A 是体系的守恒量吗？说出你的判断理由。

二、(25分) 设粒子处于下列一维无限深方势阱中，

$$V(x)=\begin{cases}0, & 0<x<a\\ \infty, & x<0, x>a\end{cases}$$

（1） 写出粒子波函数所满足的边界条件；

（2） 写出粒子的能级E_n及能量本征态$\psi_n(x)$；

（3） 若粒子的初始波函数为

$$\psi(x,0)=A\sin^3\left(\frac{\pi x}{a}\right),\quad 0\le x\le a$$

式中A为归一化常数.

① 求出A 和 $t>0$的波函数$\psi(x,t)$；

② 计算粒子的坐标平均值$\bar{x}$.

［提示］ $\sin 3\theta=3\sin\theta-4\sin^3\theta$.

三、(25分) 设算符A和B不对易，$[A,B]=C$，但A和B都与C对易，即

$$[A,C]=0,\quad [B,C]=0$$

试证明：

（1） $[A,B^n]=nCB^{n-1}$， n为正整数；

（2） $[A,e^B]=Ce^B$；

（3） $e^{A+B}=e^Ae^Be^{-\frac{1}{2}C}$.

四、(25分) 采用自然单位制，类氢离子中的电子处于能量本征态

$$\psi(r,\theta)=\frac{1}{81}\sqrt{\frac{2}{\pi}}Z^{\frac{3}{2}}(6-Zr)Zre^{-Zr/3}\cos\theta$$

其中r是以玻尔（Bohr）半径a为单位表示的。

（1）求主量子数n，轨道角动量量子数l和磁量子数m的值；

（2）当一个电子处于$\psi(r,\theta)$态且$Z=1$时，计算r的最可几半径；

（3）由$\psi(r,\theta)$出发构造另一个具有相同n和l值，但磁量子数为$m+1$的能量本征态。

［提示］在球坐标系中，$Y_{10}(\theta,\varphi)=\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta$， $L_+=e^{i\varphi}\frac{\partial}{\partial\theta}+i\cot\theta\, e^{i\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}$

五、(25 分) 一个由三个自旋$\frac{1}{2}$的粒子组成的系统，三个粒子的自旋算符分别为

$\vec{S}_1$，$\vec{S}_2$，$\vec{S}_3$

(1) 先考虑其中两个粒子的自旋耦合

$$\vec{S}_{12}=\vec{S}_1+\vec{S}_2$$

写出$\vec{S}_{12}$的自旋量子数s_{12}的可能取值；

(2) 再考虑三个粒子的自旋耦合

$$\vec{S}=\vec{S}_1+\vec{S}_2+\vec{S}_3=\vec{S}_{12}+\vec{S}_3$$

写出$\vec{S}$的自旋量子数s的可能取值；

(3) 假设系统的 Hamilton 量为

$$H=\frac{A}{\hbar^2}\vec{S}_1\cdot\vec{S}_2+\frac{B}{\hbar^2}(\vec{S}_1+\vec{S}_2)\cdot\vec{S}_3$$

式中A，B为常数，求系统的能级及能级简并度。

[提示] 选取系统的力学量完全集为$(\vec{S}_{12}^2,\ \vec{S}^2,\ S_z)$.

六、(25 分) 考虑一个受扰的处于无限深方势阱中的粒子，其 Hamilton 算符为

$$H=\frac{p^2}{2m}+V(x)+H'(x)$$

式中 $V(x)=\begin{cases}0, & 0<x<a\\ \infty, & x<0, x>a\end{cases}$，$H'(x)=\begin{cases}\lambda x, & 0<x<a\\ 0, & x<0, x>a\end{cases}$，

将$H'(x)$视为微扰，计算保留至λ的一阶近似时该粒子的所有能量本征值。又如果微扰变为 $H'(x)=\begin{cases}\lambda(x-a/2), & 0<x<a\\ 0, & x<0, x>a\end{cases}$，相应的结果为何？

2007年厦门大学820量子力学考研真题

机密 ★ 启用前

厦门大学 2007 年招收攻读硕士学位研究生 入 学 考 试 试 题

科目代码：420

科目名称：量子力学

招生专业：物理系各专业

考生须知：全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！请用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答。

（本试卷共六大题）

一、(25 分) 简述题（每小题 5 分）

（1） 什么是态叠加原理？

（2） 什么是基态？写出二维各向同性谐振子基态的能级表达式。

（3） 什么是厄米（Hermite）算符？动量算符是不是厄米算符？

（4） 粒子在中心力场中运动，问：L_y 和 p_y 是否为守恒量？为什么？其中 L_y、p_y 分别为轨道角动量和动量在 y 方向的分量。

（5） “设力学量算符 F 和 G 能相互对易，若 ψ 是 F 的本征态，则 ψ 一定也是 G 的本征态”，这句话对吗？试举一例说明.

二、(25 分) 设质量为 m 的一维自由粒子初态为 $\psi(x,0)$，证明在足够长时间后，

$$\psi(x,t)=\sqrt{\frac{m}{\hbar t}}\,e^{-i\frac{\pi}{4}}\exp\left[\frac{imx^2}{2\hbar t}\right]\cdot\varphi\left(\frac{mx}{\hbar t}\right).$$

式中 $\varphi(k)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\psi(x,0)\,e^{-ikx}dx$ 是 $\psi(x,0)$ 的付里叶(Fourier) 变换. [附: $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}\sqrt{\dfrac{\alpha}{\pi}}\,e^{i\frac{\pi}{4}}\exp(-i\alpha x^2)=\delta(x)$]

三、(25 分) 求证在角动量 z 分量 $\hat{L}_z$ 的本征态下 $\overline{L_x}=\overline{L_y}=0$，

$$\overline{L_xL_y}=\frac{1}{2}m\hbar^2 i=-\overline{L_yL_x}.$$

四、(25 分) 对于一维谐振子，取基态试探波函数形式为$e^{-\lambda x^2}$，λ为参数。用变分法求基态能量，并与严格解比较.

五、(25分) 设氢原子的状态是 $\psi=\begin{pmatrix}\frac{1}{2}R_{21}(r)Y_{11}(\theta,\varphi)\\ -\frac{\sqrt{3}}{2}R_{21}(r)Y_{10}(\theta,\varphi)\end{pmatrix}$

求 (1) 求轨道角动量z分量$\hat{L}_z$和自旋角动量z分量$\hat{S}_z$的平均值;

(2) 求总磁矩 $\hat{\vec{M}}=-\frac{e}{2\mu}\hat{\vec{L}}-\frac{e}{\mu}\hat{\vec{S}}$ 的 z 分量的平均值 (用玻尔磁矩子表示).

六、(25 分) 质量为 m 的粒子在一维势场 $V(x)$ 中运动，能级为$E_n^{(0)}$，$n=1,2,3,\cdots$.

如受到微扰$H'=\frac{\lambda}{m}p$作用 (λ为常数，p是p_x的简写)，求能级修正 (准确到二级近似).

[提示] $\sum\limits_k(E_k^{(0)}-E_n^{(0)})|x_{kn}|^2=\frac{\hbar^2}{2m}$.

2006年厦门大学820量子力学考研真题

厦门大学2006年招收攻读硕士学位研究生
入 学 考 试 试 题

招生专业：理论物理、凝聚态物理、光学、微电子学与固体电子学、物理化学

考试科目及代码：465量子力学　　研究方向：

注意：答案必须标明题号，按序写在专用答题纸上，写在本试卷上或草稿纸上者一律不给分。

（本试卷共八大题）

一、(20分) 简述(每小题5分)

(1) 什么是玻色(Bose)子和费米(Fermi)子？简要介绍玻色子和费米子的主要特性；

(2) 正常塞曼(Zeeman)效应及其解释；

(3) 解释能级简并的概念并指出其起因；

(4) 什么是跃迁选择定则？简单解释其起因.

二、(10分) 对低速运动的一维自由粒子，指出下列推导过程中的错误所在：

由 $E=h\nu$，$\mathrm{v}=\dfrac{\mathrm{v}}{\lambda}$，$p=\dfrac{h}{\lambda}$ 和 $p=m\mathrm{v}$，

得 $E=h\dfrac{\mathrm{v}}{\lambda}=\dfrac{h}{\lambda}\mathrm{v}=p\mathrm{v}=m\mathrm{v}^2=2\cdot\dfrac{1}{2}m\mathrm{v}^2=2E$.

三、(20分) 假设质量为 m 的粒子在一维无限深势阱

$$V(x)=\begin{cases}0, & 0<x<a\\ \infty, & x<0,\ x>a\end{cases}$$ 中运动，

(1) 求粒子的能量本征值及相应的本征函数；

(2) 若粒子在势阱中的状态由波函数 $\psi(x)=Ax(a-x)$ 描写，A 为归一化系数，求粒子能量的平均值.

四、(20分) 粒子作一维运动时，常将 p_x 简写为 p. 设 $F(x,p)$ 是 x,p 的整函数，即 $F(x,p)=\sum\limits_{m,n=0}^{\infty}C_{mn}x^m p^n$，证明：

(1) $[x,p^n]=i\hbar n p^{n-1}$；

(2) $[x,F]=i\hbar\dfrac{\partial F}{\partial p}$.

五、(20 分) 设体系处于 $\psi = C_1 Y_{11} + C_2 Y_{20}$ 状态（Y_{11}，Y_{20} 为球谐函数，且 ψ 已归一化，即 $|C_1|^2 + |C_2|^2 = 1$），求：

（1）L_z（轨道角动量的 z 分量）的可能测值及平均值；

（2）L^2（轨道角动量平方）的可能测值、相应的几率及平均值.

（3）L_x（轨道角动量的 x 分量）的可能测值.

六、(20 分) 氢原子的“圆轨道”（指 $l = n-1$ 的态）的径向波函数

$$R_{n,n-1}(r) = C_n r^{n-1} \exp(-\frac{r}{na})$$

式中 C_n 为归一化常数，a 为玻尔(Bohr)半径，试计算

（1）平均半径 $\langle r \rangle$；

（2）涨落 $\Delta r = \sqrt{\langle r^2 \rangle - \langle r \rangle^2}$.

七、(20 分) 设有一个定域电子，受到沿 x 方向均匀磁场 B 的作用，哈密顿量（不考虑轨道运动）可表示为

$$H = \frac{eB}{mc} S_x = \hbar\omega\sigma_x$$

式中 $\omega = \frac{eB}{2mc}$，$\boldsymbol{\sigma}$ 为泡利(Pauli)矩阵，$\boldsymbol{S}$ 为电子的自旋.

设 $t=0$ 时电子自旋向上（$S_z = \frac{\hbar}{2}$），求 $t>0$ 时 $\boldsymbol{S}$ 的平均值.

八、(20 分) 考虑耦合谐振子，$H = H_0 + H'$，而

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right) + \frac{1}{2}\mu\omega^2(x_1^2 + x_2^2),$$

$H' = -\lambda x_1 x_2$ （λ 为常数，刻画耦合强度），

（1） 求出 H_0 的本征值及能级简并度；

（2） 在弱耦合的情况下，以第一激发态为例，用简并微扰论计算 H' 对能级的影响(一级近似).

[附] 谐振子的能量本征函数 $\psi_n(x)$ 满足

$$x\psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2}\alpha}[\sqrt{n}\psi_{n-1}(x) + \sqrt{n+1}\psi(x)] \quad （式中 \alpha = \sqrt{\mu\omega/\hbar}）$$

2005年厦门大学820量子力学考研真题

厦门大学2005年招收攻读硕士学位研究生
入 学 考 试 试 题

招生专业：理论物理

考试科目及代码：量子力学与热力学统计物理（466）

研究方向：

注意：答案必须标明题号，按序写在专用答题纸上，写在本试卷上或草稿纸上者一律不给分。

1. (15分)

简答和计算下列问题

(1) 为什么表示力学量的算符必须是厄米算符？

(2) 试计算 $\left[\hat{L}_x, \hat{H}\right] = ?$

其中 $\hat{L}_x$ 为轨道角动量的 x 分量，$\hat{H}$ 为中心力场的哈密顿量。

(3) 设二维各向同性谐振子处于第一激发态，试写出其能级和简并度。

2. （20分）

试在 $\hat{S}_z$ 为对角的表象中

a) 求 $\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 的本征值和所属的本征函数。

b) 在 $\hat{S}_x$ 的本征值为 $\frac{\hbar}{2}$ 的本征态中，测 $\hat{S}_y$ 的可能值及相应几率。

3. (20分)

用测不准关系估计线性谐振子的零点能。

$$\left(\overline{(\Delta x)^2} \bullet \overline{(\Delta p_x)^2} \ge \frac{\hbar^2}{4}, \qquad \varphi_n(x) = N_n e^{\frac{-\alpha^2 x^2}{2}} H_n(\alpha x)\right)$$

4. (20分)

设有两个质量均为m，自旋为0的非全同粒子，在一维无限深势阱

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0,\ x > a \\ 0, & 0 > x > a \end{cases}$$

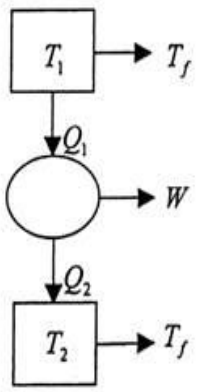
中运动。两粒子之间的相互作用能量 $= -g\delta(x_1 - x_2)$ 可作为微扰处理（其中 g 很小，是正的常数），试求准确到一级修正的体系的能量表达式。

5. （10 分）

试问当实际气体做绝热膨胀时其温度将升高或降低？请应用热力学关系证明之。

6. (15 分)

两个物体有相同的内能 $U = CT$，其中 C 为常数，且为正数，T 为绝对温度。设两个物体的初温分别为 T_1 和 T_2（设 $T_1 > T_2$），把它们连到卡诺热机（见示意图）用来对外做功。最终两个物体达到共同的末温 T_f。试问：（1）$T_f = ?$（2）所能做出的最大功 $W_{max} = ?$



7. (20 分)

有一单原子分子理想气体系统，其分子能量为 ε，试求分子能量的几率分布公式(即求出分子能量处于 $\varepsilon \to \varepsilon + d\varepsilon$ 范围内的几率)，并由此公式求出分子的平均能量 $\bar{\varepsilon}$ 和最可几能量 ε_p。试问 ε_p 是否等于 $\frac{1}{2}mv_p^2$？（v_p 为分子的最可几速率）为什么？

8. (15 分)

假设自由电子在一维空间运动，密度为 $n = \frac{N}{L}$，L 为空间长度，试求完全简并（$T = 0K$）时该系统的费米能、内能和简并压。

9（15 分）

试述何为维恩位移定律？如何从普朗克公式出发得出维恩位移定律？请应用维恩位移定律设计一种测量炼钢炉中融溶“钢水”温度的方法。

参考积分公式：

$$\Gamma(n) = \int_0^\infty e^{-x} x^{n-1} dx = (n-1)\Gamma(n-1)$$

$$\Gamma(1) = 1，\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$$

2004年厦门大学466量子力学与热力学统计物理考研真题

厦门大学2004年招收攻读硕士学位研究生
入 学 考 试 试 题

招生专业：理论物理、物理化学 考试科目及代码：量子力学与热力学统计物理 466

研究方向：

注意： 答案必须标明题号，按序写在专用答题纸上，写在本试卷上或草稿纸上者一律不给分。

量子力学共5题，每题15分

1、简答和计算下列问题

(1) 什么是厄米算符？动量算符是不是厄米算符？

(2) 粒子在中心力场中运动，问：$\hat{L}_z$和$\hat{P}_y$是不是守恒量？为什么？

$\hat{L}_z$、$\hat{P}_y$分别是轨道角动量$\hat{\vec{L}}$的Z分量和动量$\hat{\vec{P}}$的Y分量。

(3) 动量为P'的自由粒子，在动量表象中的波函数C（p,t）＝？

2、粒子在二维无限深势阱中运动，

$$U(x,y) = \begin{cases} 0, & 0<x<a, 0<y<a \\ \infty, & \text{其他区域} \end{cases}$$

加上微扰

$$H' = \lambda xy,$$

其中λ为常数。求第二激发态修正至一级的能级表达式。

3、试求：二维各向同性谐振子能级的简并度。

4、试求：$\hat{\vec{s}}_1 \cdot \hat{\vec{s}}_2$ 对自旋三重态波函数χ_t及自旋单态波函数χ_s 的本征值，其中$\hat{\vec{s}}_1,\hat{\vec{s}}_2$分别为第一个粒子和第二个粒子的自旋角动量。

5、设粒子处于$Y_{lm}(\theta,\varphi)$状态，

(1) 求 $\overline{\hat{L}_x}=?$ $\overline{\hat{L}_y}=?$

(2) 求 $\overline{(\Delta\hat{L}_x)^2}=?$ $\overline{(\Delta\hat{L}_y)^2}=?$

其中$Y_{lm}(\theta,\varphi)$为球谐函数，$\hat{L}_x$、$\hat{L}_y$分别为轨道角动量$\hat{\vec{L}}$在x、y方向分量。

《热力学统计物理》考题，共五题。占 75%

一，已知顺磁物质满足居里定律 $M=(CH)/T$，其中 M 为磁化强度，H 为磁场强度，C 为居里常数。T 是绝对温度。证明该系统的内能与热容均与 M 无关。即证明 $\left(\frac{\partial U}{\partial M}\right)_T=0$; $\left(\frac{\partial C_{M'}}{\partial M}\right)_T=0$ （10%）

二，系统的定压热容为 $C_p=aT^3\ln P$，态方程为 $PV=bT^4$，其中 a,b 为常量。

1， 证明常量 a,b 满足关系：$a=-12b$

2， 求出系统的焓 H。 （15%）

三，有 N 个分子的双原子分子系统，分子能量为 $\varepsilon=\frac{1}{2M}(p_x^2+p_y^2+p_z^2)+\frac{p_r^2}{2\mu}+\frac{\mu\omega^2r^2}{2}$。其中 M 为分子质量，μ 为分子的折合质量，ω 为两原子相对运动的频率，皆为常量。试求此系统的内能和态方程。 （15%）

四，某样品中的电子服从费米-狄拉克分布，电子总数为 N，其态密度有以下特征：

$$\begin{aligned}&\varepsilon<0,\quad D(\varepsilon)=0\\&\varepsilon\ge 0,\quad D(\varepsilon)=D_0\end{aligned}$$ D_0 为常数。

1 试求绝对零度时系统的费米能和内能。

2 证明系统的非简并条件为$T >> \frac{N}{D_0 k}$，k是玻尔兹曼常数。

（15%）

五，有单原子分子理想玻色气体系统，满足弱简并条件。证明：$\frac{U}{N} < \frac{3}{2}kT$；$PV < NkT$。其中$U, P, V, N$分别为系统的内能，压强,体积和总分子数,$T$为绝对温度.（20%）

参考公式

$$\int_0^\infty e^{-bx^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{b}} \quad ; \quad \int_0^\infty e^{-bx^2} x^{2k+1} dx = \frac{1}{2}\frac{k!}{b^{k+1}};$$

$$\int_0^\infty e^{-bx^2} x^{2k} dx = \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2k-1)}{2^{k+1}}\sqrt{\frac{\pi}{b^{2k+1}}} \quad ;$$

$$\Gamma(n) = \int_0^\infty e^{-x} x^{n-1} dx = (n-1)\Gamma(n-1), \quad \Gamma(1) = 1, \quad \Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$$

2003年厦门大学466量子力学与热力学统计物理考研真题

厦门大学2003年招收攻读硕士学位研究生

入 学 考 试 试 题

招生专业：理论物理　考试科目及代码：量子力学与热力学统计物理 466

研究方向：＿＿＿＿＿＿

注意：答案必须标明题号，按序写在专用答题纸上，写在本试卷上或草稿纸上者一律不给分。

量子力学共5题，每题15分

1、简答和计算下列问题

(1) 什么是态迭加原理？

(2) 对于线性谐振子，能否实现从第二激发态到基态的偶极跃迁？为什么？

(3) 试计算 $[\hat{\vec{L}}^2, \hat{P}_x] = ?$ 其中 $\hat{\vec{L}}$ 为轨道角动量，$\hat{P}_x$ 为动量在x方向的分量。

2、设体系处于 $\Psi = AY_{11} + \frac{1}{2}Y_{20}$ 态中，求 $\hat{L}_z$ 的可能测量值、相应几率及平均值。其中 Ψ 为归一化的波函数，Y_{11} 和 Y_{20} 均为球谐函数，$\hat{L}_z$ 为轨道角动量z分量。

3、在 $\hat{\sigma}_z$ 为对角的表象中，求 $\hat{\vec{\sigma}}\cdot\vec{n}$ 的本征值和本征函数，其中 $\hat{\vec{\sigma}}$ 为Pauli矩阵，$\vec{n}(\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta)$ 是 (θ, φ) 方向的单位矢量（不必归一化）。

4、一粒子在三维势场

$$\begin{cases} U_x = \begin{cases} 0, & |x| < \frac{a}{2} \\ \infty, & |x| \ge \frac{a}{2} \end{cases} \\ U_y = \begin{cases} 0, & |y| < \frac{b}{2} \\ \infty, & |y| \ge \frac{b}{2} \end{cases} \\ U_z = 0 \end{cases}$$

中运动，求粒子的能级和波函数。

5、转动惯量为I、电偶极矩为 $\vec{D}$ 的空间转子处在均匀电场 $\vec{\varepsilon}$ 中，如果电场较小，用微扰法求转子基态能量修正至二级的表达式。

$$\left(\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}', \quad \hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{1}{r_0^2}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right] \right.$$
$$\left. \hat{H}' = -\vec{D}\cdot\vec{\varepsilon} = -D\varepsilon\cos\theta \right)$$

《热力学统计物理》考题，共五题，占 75%

一， 证明：$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\frac{T\alpha}{C_V\kappa}$ 其中α为等压膨胀系数，κ为等温压缩系数。在大气压下，已知$4^\circ C$时水的密度最大。试由上式讨论当水在 0 到$100^\circ C$之间作绝热膨胀时，什么范围内温度将升高，什么范围内温度将降低？（15%）

二， 有一制冷机，在大气压下将质量为 1 摩尔的空气从T_1降温到T_2，问至少要做多少功？设环境温度为$T_0(>T_1)$。若设空气的初末温分别为$20^\circ C$和$18^\circ C$，环境温度为$40^\circ C$，试求此最小功值。（空气可视为刚性双原子分子理想气体，气体常数$R\approx 2$卡/摩尔度）（15%）

三， 一个二维的理想气体系统由N个双原子分子组成。分子的转动能 $\varepsilon_r = p_\varphi^2/(2I)$ ，振动能不连续，为 $\varepsilon_v = (n+1/2)h\upsilon, n = 0,1,2,\cdots$。$h$为普朗克常量，$\upsilon$为振动频率。$I$为分子的转动惯量。试求此系统的配分函数，系统能量和状态方程。（15%）

四， 试求完全简并（$T=0K$）时非相对论性自由电子运动的平均速度，最大速度和最大能量。(以系统总电子数,电子质量,体积和有关常量表示) (15%)

五， 试推导光子气体系统的最可几分布（或称最概然分布）并由此导出黑体辐射的普朗克公式. (15%)

参考公式

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots,\quad (x^2<1)$$

$$(1\pm x)^{-1} = 1\mp x + x^2 \mp x^3\cdots,\quad (x^2<1);$$

$$\int_0^\infty e^{-bx^2}dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{b}};\qquad \int_0^\infty e^{-bx^2}x^{2k+1}dx = \frac{1}{2}\frac{k!}{b^{k+1}}$$

$$\int_0^\infty e^{-bx^2}x^{2k}dx = \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2k-1)}{2^{k+1}}\sqrt{\frac{\pi}{b^{2k+1}}}$$

2001年厦门大学量子力学考研真题

厦门大学 2001年招收攻读 硕 士学位研究生

入 学 考 试 试 题

招生专业 理论物理、光学、凝聚态物理 考试课程 量子力学

研究方向 ________

一、(30分) 回答和计算下列问题

(1) 为什么表示力学量的算符必须是厄米算符?

(2) 什么是简并度? 氢原子能级的简并度是多少? (不考虑电子自旋)

(3) 全同粒子体系波函数对于交换二个全同粒子具有对称性, 试问: 这种对称性会不会随时间改变?

(4) 电子在均匀电场 $\vec{\varepsilon}=(0,\varepsilon,0)$ 中运动, 单哈密顿量为:

$$\hat{H}=\frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m}+e\varepsilon y$$

判断下列那些不是守恒量.

$\hat{P}_x$, $\hat{P}_y$, $\hat{L}_y$, $\hat{L}_z$

(5) 写出线性谐振子偶极跃迁的选择定则。

(6) $\hat{L}_x$ 与 $\hat{L}_y$ 相互不对易, 试问: 它们会不会有共同本征函数? 若有, 写出具体函数表达式。($\hat{L}_x$, $\hat{L}_y$ 分别为轨道角动量在 x, y 方向的分量)

二. (20分) 一粒子在一维无限深方势阱中运动

$$U(x)=\begin{cases}0, & 0<x<a\\ \infty, & \text{其他区域}\end{cases}$$

(1) 试求粒子的能级和对应的归一化波函数

(2) 若状态用波函数 $(x)=\frac{4}{\sqrt{a}}\sin(\frac{\pi x}{a})\cos^2(\frac{\pi x}{a})$ 描述, 求粒子能量的可能测量值及相应几率。

三.（15 分）设一体系未受微扰作用时有三个不同能级：E_{01}，E_{02}，E_{03}，现受到微扰 $\hat{H}'$ 的作用，微扰矩阵元为：

$$\hat{H}' = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & a & d \\ c & d & a \end{pmatrix}$$

其中 a，b，c，d 均为实数。试用微扰公式求修正至二级的能量值。

四.（20 分）一粒子在 xy 平面上，以半径 r 绕 z 轴运动；

（1）求角动量 z 分量 $\hat{L}_z$ 的本征值和本征函数；

（2）求体系处于状态 $\psi = A\cos^2\phi$ 时，$\hat{L}_z$ 的可能值及相应几率；

（3）求 $\hat{L}_z$ 在此状态 ψ 上的平均值 $\overline{L_z}$=?

五.（15 分）耦合谐振子的哈密顿量为

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}(\hat{P}_1^2 + \hat{P}_2^2) + \frac{1}{2}m\omega^2(x_1^2 + x_2^2) + \lambda x_1 x_2$$

其中 $\hat{P}_1 = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x_1}$，$\hat{P}_2 = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x_2}$

x_1，$\hat{P}_1$ 和 x_2，$\hat{P}_2$ 分属于不同的自由度，设 $\lambda < m\omega^2$，试求这耦合振子的能级。（可利用一维谐振子的结果）

2000年厦门大学量子力学考研真题（部分）

厦门大学2000年招收攻读 硕 士学位研究生

入 学 考 试 试 题

招生专业 光学、理论物理 凝聚态物理 考试课程 量子力学

研究方向

1、（30分）回答和计算下列问题

(1) 由费密子组成的全同粒子体系，对于交换两个费密子，体系的波函是对称的还是反对称的？

(2) 什么是简并度？一维自由粒子激发态所对应的能级是几重简并？

(3) 定义 $\left[\hat{A}, \hat{B}\right] \equiv \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$ ，试计算

$$\left[z, \left[\hat{L}_x, \hat{P}_y\right]\right] = ?$$

其中 z、$\hat{L}_x$，$\hat{P}_y$ 分别是坐标 $\vec{r}$ 的Z分量、角动量 $\vec{L}$ 的x分量、动量 $\vec{P}$ 的y分量。

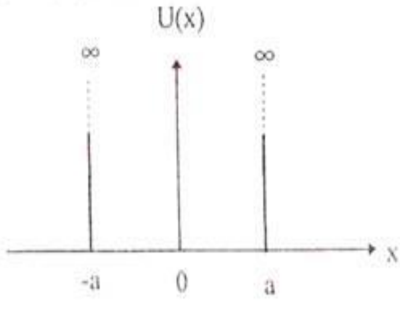
(4) 粒子在中心力场中运动，问：$\hat{P}_z$ 是否是守恒量？为什么？

(5) 什么是宇称算符？宇称算符是不是厄米算符？为什么？

2、（20分）

一粒子在一维势场

$$U(x) = \begin{cases} 0, & |x| < a \\ \infty, & |x| \geq a \end{cases}$$



中运动，如图所示

(1) 求粒子的能级和对应的归一化波函数。

(2) 设粒子处于第一激发态，试求动量算符 $\hat{P}$ 在此态上的平均值。