Table of Contents

内容简介
目　录
第一部分　南开大学量子力学（数学所）考研真题
2007年南开大学705量子力学导论考研真题
一、填空题（每空2分，共20分）
二、证明题（每题5分，共15分）
三、（10分）
四、（10分）
五、（15分）
六、（20分）
七、（25分）
八、（25分）
九、（10分）
2006年南开大学量子力学考研真题
2005年南开大学量子力学考研真题
2004年南开大学量子力学考研真题
2003年南开大学量子力学考研真题
2002年南开大学量子力学考研真题
2001年南开大学量子力学考研真题
2000年南开大学量子力学考研真题
1999年南开大学量子力学考研真题
第二部分　兄弟院校量子力学考研真题
2015年华南理工大学630量子力学考研真题
2014年中国科学技术大学量子力学考研真题
2014年南京航天航空大学618量子力学考研真题
2014年北京科技大学876量子力学考研真题
2014年北京航空航天大学691量子力学与近代物理考研真题

目　录

第一部分　南开大学量子力学（数学所）考研真题

2007年南开大学705量子力学导论考研真题

一、填空题（每空2分，共20分）
二、证明题（每题5分，共15分）
三、（10分）
四、（10分）
五、（15分）
六、（20分）
七、（25分）
八、（25分）
九、（10分）

2006年南开大学量子力学考研真题
2005年南开大学量子力学考研真题
2004年南开大学量子力学考研真题
2003年南开大学量子力学考研真题
2002年南开大学量子力学考研真题
2001年南开大学量子力学考研真题
2000年南开大学量子力学考研真题
1999年南开大学量子力学考研真题

第二部分　兄弟院校量子力学考研真题

2015年华南理工大学630量子力学考研真题
2014年中国科学技术大学量子力学考研真题
2014年南京航天航空大学618量子力学考研真题
2014年北京科技大学876量子力学考研真题
2014年北京航空航天大学691量子力学与近代物理考研真题

第一部分　南开大学量子力学（数学所）考研真题

2007年南开大学705量子力学导论考研真题

南开大学2007年招收攻读硕士学位研究生入学考试试卷

考试专业：凝聚态物理、光学、光子学与光子技术专业

考试科目：705量子力学导论

一、填空题（每空2分，共20分）

1.Planck的量子假说揭示了微观粒子能量的______特性，Einstein的光量子假说揭示了光的______性。

2．在量子力学中，力学量用______描述。力学量算符必为______算符，以保证其______为实数。两个力学量同时具有确定值得条件是两个力学量算符______。

3．全同粒子体系的波函数的交换对称性与粒子的自旋有确定的关系。例如光子和π介子，其自旋为$\hbar$的______倍，波函数对两个粒子交换总是对称的，被称为______；而电子、质子以及中子，它们的自旋是$\hbar$的______倍，波函数对两个粒子交换总是反对称的，被称为______。

二、证明题（每题5分，共15分）

1. $\hat{p}\times\hat{L}+L\times\hat{p}=2i\hbar\hat{p}$

2. $e^{i\lambda\sigma_z}=\cos\lambda+i\sigma_z\sin\lambda$（其中$\sigma$为泡利算符，$\lambda$为常数）

3. 对于任意算符$\hat{A}$和$\hat{B}$，式子$\left(\hat{A}\hat{B}\right)^{+}=\hat{B}^{+}\hat{A}^{+}$成立

三、（10分）

直径为200埃的病毒超出了光学显微镜的分辨率，但可以用电子显微镜来进行观测研究。若让电子的德布罗意波长比病毒的尺度小1000倍，从而可以形成非常好的像，那么电子所需的加速电压为多大？（普朗克常数

$h=6.63\times10^{-34}$ 焦秒，电子电量为1.6× 10^{-19} 库仑，电子的静质量约为 9×10^{-31} 千克，真空光速为 3×10^{8} 米/秒）

四、（10分）

处于激发态的原子经10^{-8}秒（激发态寿命）后，发射一个光子的同时跃迁到低能级。求该激发态的能级宽度和所发射光频率的不确定度。

五、（15分）

$$\hat{H}=\frac{1}{2m}\left(\hat{p}_1^2+\hat{p}_2^2\right)+\frac{1}{2}m\omega^2\left(x_1^2+x_1^2\right)+\lambda x_1x_2$$

耦合谐振子的哈密顿量为：

其中，$\hat{p}_1=-i\hbar\frac{\partial}{\partial x_1}$，$\hat{p}_2=-i\hbar\frac{\partial}{\partial x_2}$。$x_1$，$\hat{p}_1$和$x_2$，$\hat{p}_2$分别属于不同的自由度。设$\lambda<m\omega^2$，试求该耦合谐振子的能级。

六、（20分）

氯化钠晶体内有些负离子空穴，每个空穴束缚一个电子，可将这些电子看成束缚在边长为a的正立方箱体中。

（1）求电子的能级和能量本征函数的表达式；

（2）设箱的长度a=1埃，具有晶格常数的量级，且晶体处于室温。请粗略估计被这些电子强烈吸收的电磁波的最长波长。

七、（25分）

测量一个电子（处于自由空间）自旋的z分量，发现是$\hbar/2$。

（1）接着测量自旋的x分量，可能得到什么结果？

（2）得到这些结果的几率是多少？

（3）如果测量自旋方向的轴与z轴成θ角，各种可能值的几率是多少？

（4）在（3）中自旋测量期待值是多少？

八、（25分）

有一量子力学体系，能量算符$\hat{H}_0$，本征态$\psi_0,\psi_1,\cdots,\psi_n,\cdots$记为$|0\rangle,|1\rangle,\cdots,|n\rangle,\cdots$。给定Hermite算符$\hat{A},\hat{B}$，以及$\hat{C}=i\left[\hat{B},\hat{A}\right]$。设体系受到微扰作用，微扰计算可以表示成$\hat{H}'=i\lambda\left[\hat{A},\hat{H}_0\right]$，其中$\lambda$为实数小量。如在微扰作用前的基态$\psi_0$下，$\hat{A},\hat{B},\hat{C}$的平均值为知已，记为$A_0,B_0,C_0$,试对微扰后的基态（非简并）计算$\langle 0|\hat{B}|0\rangle$,准确到量级$\lambda$。

九、（10分）

我国科学家近年来在量子通讯方面取得一系列重大进展，请简述你对此方面的了解和看法。

2006年南开大学量子力学考研真题

学院：物理科学学院

南开大学2006年硕士研究生入学考试试题

考试科目： 量子力学

专业： 理论物理

注意：请将答案写在专用答题纸上，答在此试题上无效!

（一）（15分） 质量为 m 的粒子，在阱宽为 a 的一维无限深方势阱中运动，在 $t=0$ 时，粒子处于状态 $\psi(x,0)=\sqrt{\frac{2}{3}}\varphi_1(x)-\sqrt{\frac{1}{6}}\varphi_2(x)+\sqrt{\frac{1}{6}}\varphi_3(x)$，

其中，$\varphi_n(x)$ 为粒子的第 n 个能量本征态。

(1) 求 $t=0$ 时，粒子能量的可能值及相应概率，以及能量的平均值；

(2) 求 $t>0$ 时，粒子的波函数，以及能量的平均值。

（二）（15分） 计算以下对易关系：$[p_x,r^2]$，　$[l_x,r^2]$，　$[l_x,l_y]$

（三）（20分） (1) 在 σ_z 表象中，求 $\sigma_n=\vec{\sigma}\cdot\vec{n}$ 的本征值和本征函数，其中 $\vec{n}=(\sin\theta\cos\varphi,\sin\theta\sin\varphi,\cos\theta)$ 是 (θ,φ) 方向的单位矢量；

(2) 如果电子处于 $\sigma_z=1$ 的自旋态，求测量 σ_n 的可能值及相应概率。

（四）（25分） 设氢原子处于基态，其波函数为 $\psi_{100}=\frac{1}{\sqrt{\pi}a^{3/2}}e^{-r/a}$

(1) 试求出如下平均值：$\overline{x}$，$\overline{p}_x$，$\overline{r^2}$

(2) 计算 $\Delta x,\Delta p_x$ 的值,并验证测不准关系。

（五）（25 分）设两个电子的自旋态为 $\psi=\chi(1)\xi(2)$， 其中

$$\chi(1)=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\qquad \xi(2)=\begin{pmatrix}\cos\frac{\theta}{2}e^{-i\varphi/2}\\ \sin\frac{\theta}{2}e^{i\varphi/2}\end{pmatrix}$$

试求两个电子处于 S=0 的自旋单态和处于 S=1 的自旋三重态的概率各是多少？

（六）（25 分） 电子在中心势场中运动，当计及自旋-轨道耦合作用时，轨道角动量 $\vec{l}$ 和自旋角动量 $\vec{s}$ 都不再是守恒量，但总角动量 $\vec{j}=\vec{l}+\vec{s}=\vec{l}+\frac{\hbar}{2}\vec{\sigma}$ 为守恒量，试计算： $\left[l_x,\vec{\sigma}\cdot\vec{l}\right]$， $\left[\sigma_x,\vec{\sigma}\cdot\vec{l}\right]$， $\left[j_x,\vec{\sigma}\cdot\vec{l}\right]$.

（七）（25 分）自旋为 0 的两个全同粒子，在一维谐振子势阱 $V(x)=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$ 中运动，两粒子间的相互作用势为 $W(x_1,x_2)=\lambda(x_1-x_2)^2$，其中 x_1 和 x_2 分别为两个粒子的坐标，λ 为大于零的常数。

（1） 试用微扰法，求体系基态能量的本征值（一级近似）；

（2） 试精确求解该体系基态能量的本征值，并与微扰结果相比较。

2005年南开大学量子力学考研真题

物理科学学院

南开大学2005年硕士研究生入学考试试题

考试科目：量子力学　　　　　　　　专业：理论物理

（一）（15分）粒子在三维中心势场中运动，其哈密顿量可写为 $H=\dfrac{P^2}{2\mu}+V(r)$，

试回答：以下力学量中哪些是守恒量 $H,P_x,P_z,P^2,L_x,L_z,L^2,x,z,s_x,s_z$？

（二）（20分）当$l=1$时，在(L^2,L_z)表象中角动量算符L_x、L_y、L_z的矩阵表示为

$$L_x=\frac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\qquad L_y=\frac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0&-i&0\\i&0&-i\\0&i&0\end{pmatrix}\qquad L_z=\hbar\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$$

(1)试求出 L_x 和 L_y 的本征值和本征函数。

(2)如果粒子处于状态 $\psi=\dfrac{1}{\sqrt{14}}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，求测量角动量 L_x 的可能值及相应的几率。

（三）（25分）(1)写出泡利算符 σ_x、σ_y、σ_z 在σ_z表象中的矩阵表示。

(2)设 $\sigma_\pm=\sigma_x\pm i\sigma_y$，证明：$[\sigma_+,\sigma_-]=4\sigma_z$；$[\sigma_z,\sigma_\pm]=\pm2\sigma_\pm$ 。

(3)设$\vec{A},\vec{B}$是与$\vec{\sigma}$对易的任何两个矢量算符，证明：$(\vec{\sigma}\cdot\vec{A})(\vec{\sigma}\cdot\vec{B})=\vec{A}\cdot\vec{B}+i\vec{\sigma}\cdot(\vec{A}\times\vec{B})$。

（四）（20分）设$\psi_n(x)$是一维谐振子对应能级E_n的归一化本征函数，

已知 $t=0$ 时粒子处于状态 $\psi(x,0)=\sqrt{\frac{1}{5}}\psi_0(x)+\sqrt{\frac{1}{2}}\psi_2(x)+c_3\psi_3(x)$，

(1)由归一化定出系数c_3。

(2)写出t时刻的波函数$\psi(x,t)$。

(3)求t时刻能量的平均值$\bar{E}(t)$。

（五）（20 分）氢原子是由一个质子和一个电子构成的两体系统，质子和电子之间具有库仑相互作用势，电子的质量和坐标记为 m_1 和 $\vec{r}_1$，质子记为 m_2 和 $\vec{r}_2$，该两体系统的能量本征方程为

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_1}\nabla_1^2-\frac{\hbar^2}{2m_2}\nabla_2^2+V(r)\right]\psi(\vec{r}_1,\vec{r}_2)=E\psi(\vec{r}_1,\vec{r}_2),\quad 其中\ V(r)=V\left(\left|\vec{r}_1-\vec{r}_2\right|\right)=-\frac{e^2}{r},$$

试将该方程约化为两个方程，一个描述质心运动，另一个描述相对运动。

（六）（25 分）设在 H_0 表象中，H 的矩阵表示为

$$H=H_0+H'=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&3&0\\0&0&-2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&C&0\\C&0&0\\0&0&C\end{pmatrix}$$

(1)用微扰论求 H 的本征值，准确至二级近似。

(2)严格求解 H 的本征值，并与微扰论结果相比较。

（七）（25 分）(1)一个质量为 m 自旋为 $\frac{1}{2}$ 的粒子，被禁闭在三维无限深势阱中，三个平行于 x,y,z 轴的边长均为 L，试求出能量的本征值和本征函数，写出前三个能级及其简并度。

(2)如果该势阱中禁闭了两个这样的全同粒子，假定粒子间无相互作用，试写出该两粒子体系的前二个能级及其简并度，并写出基态和一个第一激发态波函数。

(3)如果该势阱中禁闭的是两个自旋为 0 的全同粒子，假定粒子间无相互作用，试写出该两粒子体系的前二个能级及其简并度，并写出基态和一个第一激发态波函数。

2004年南开大学量子力学考研真题

化学学院 物理科学学院

南开大学2004年研究生入学考试试题

考试科目：量子力学　　　专业：凝聚态物理 理论物理 光学

（一）（15分）证明算符对易式：$[l_x, y]=i\hbar z$，$[l_z, p_y]=i\hbar p_z$，$[l_z, l_y]=i\hbar l_z$。

（二）（25分）在$t=0$时，氢原子处于状态 $\psi(\vec{r},0)=\frac{1}{3}R_{10}Y_{00}+\frac{2}{3}R_{21}Y_{11}+\frac{2}{3}R_{21}Y_{10}$，其中，$R_{nl}$为径向波函数，$Y_{lm}$为球谐函数，忽略自旋和辐射跃迁，

（1）求该体系能量、角动量平方、角动量z分量的可能值及相应几率。

（2）出上述各量的平均值。

（3）出t时刻的波函数$\psi(\vec{r},t)$。

（三）（30分）

（1）写求泡利算符σ_x、σ_y、σ_z在σ_z表象中的矩阵表示。

（2）设 $\vec{n}=(n_x,n_y,n_z)=(\sin\theta\cos\varphi,\sin\theta\sin\varphi,\cos\theta)$是$(\theta,\varphi)$方向的单位矢量，

试求$\sigma_n=\vec{\sigma}\cdot\vec{n}$的本征值和本征函数。

（3）如果电子处于$\sigma_z=1$的自旋态，求测量$\sigma_n=\vec{\sigma}\cdot\vec{n}$的可能值及相应几率。

（四）（25 分）一维谐振子在恒定弱电场作用下，其哈密顿算符为 $H=H_0+H'$，其中 $H_0=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}+\frac{1}{2}m\omega^2x^2$，$H'=-q\varepsilon x$。试用微扰法求其能量本征值（准确至二级近似）。

（五）（25 分）设一维运动粒子的波函数为 $\psi(x)=\left(\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}\right)^{1/2}e^{-\frac{1}{2}\alpha^2x^2}$，

（1）求粒子在该状态下 x,p,x^2,p^2 的平均值；

（2）计算测不准关系 $\Delta x\cdot\Delta p=\sqrt{\overline{(\Delta x)^2}}\cdot\sqrt{\overline{(\Delta p)^2}}=?$

（六）（30 分）

（1）质量为 m 的粒子在一维无限深方势阱中运动 $V(x)=\begin{cases}0, & |x|<a\\ \infty, & |x|\geq a\end{cases}$

试求出能量的本征值和本征函数。

（2）如果该势阱中有两个质量均为 m 的粒子，假定粒子间无相互作用，试写出该两粒子体系的前四个能级。

（3）考虑下列情况，讨论这些能级的简并度，

(a) 两粒子是自旋为 $\frac{1}{2}$ 的全同粒子；

(b) 两粒子是自旋为 $\frac{1}{2}$ 的非全同粒子；

(c) 两粒子是自旋为 1 的全同粒子。

2003年南开大学量子力学考研真题

南开大学2003年研究生入学考试试题

考试科目：量子力学　　　　专业：凝聚态物理、理论物理、光学

（一）（20分）（1）A、B两算符对易，$|\psi_1>$ 、$|\psi_2>$ 是A的两个本征函数，本征值不同，证明：$<\psi_1|B|\psi_2>=0$.

（2）态叠加原理的一般说法如下："如果 ψ_1 和 ψ_2 是体系的两个可能状态，那么它们的线性叠加 $\psi = C_1\psi_1 + C_2\psi_2$ 也是这个体系的一个可能状态。"上述说法中的公式可以有以下四种理解：

① $\psi(x) = C_1\psi_1(x) + C_2\psi_2(x)$

② $\psi(x, t) = C_1(t)\psi_1(x, t) + C_2(t)\psi_2(x, t)$

③ $\psi(x, t) = C_1(t)\psi_1(x) + C_2(t)\psi_2(x)$

④ $\psi(x, t) = C_1\psi_1(x, t) + C_2\psi_2(x, t)$

其中 C_1、C_2 是任意复常数，$C_1(t)$、$C_2(t)$ 是 t 的任意复函数。你认为哪种理解是对的？指出问题的关键所在。

（二）（20分）（1）利用狄拉克符号证明投影算符 $P_\psi=|\psi><\psi|$ 是一个可观察量，$|\psi>$ 是任意的归一化刃矢。

（2）已知：r 是粒子到原点的距离，p_r 是一算符，二者对易关系为 $[r, p_r]=i\hbar$，且

$$p_r^2 = -\hbar^2 \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}r^2\frac{\partial}{\partial r}$$　　求：p_r

（三）（20分）（1）求 $(1+\sigma_x)^{1/2}$，其中 σ_x 是泡利矩阵的 X 分量。

（2）已知两粒子间的张量力

$$S_{12} = \frac{6(\vec{S}\cdot\vec{r})^2}{r^2} - 2\vec{S}^2 \qquad \text{其中} \qquad \vec{S} = \frac{1}{2}(\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2),$$

求证：S_{12} 可写为：
$$S_{12} = \frac{3(\vec{\sigma}_1\cdot\vec{r})(\vec{\sigma}_2\cdot\vec{r})}{r^2} - (\vec{\sigma}_1\cdot\vec{\sigma}_2)$$

其中 σ_1 和 σ_2 分别是第1、2粒子的泡利算符。

（四）（20 分）一维线性谐振子在某一时刻的波函数为

$$\Phi(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\psi_5(x)-\frac{1}{2}\psi_6(x),$$ 式中 $\psi_n(x)$ 是其归一化的本征函数。

（1）求这一时刻的能量平均值；
（2）求这一时刻的位置平均值；
（3）过了一秒钟后，能量平均值和位置平均值是否发生变化？为什么？

（五）（20 分）求非简并态能级的一级和二级微扰修正公式。

（六）（20 分）在（S^2，S_Z）的表象中，设自旋为 1 的粒子的状态为：

$$\psi=\begin{pmatrix}0\\0\\2\end{pmatrix}$$

求测量自旋的 y 分量的可能值及相应的几率。

（七）（30 分）一个质量、电量分别为 μ、q 的粒子，在宽为 a 的一维无限深势阱中运动。当 $t\rightarrow-\infty$ 时，受到均匀、随时间变化的一维电场的作用，其电场强度

$$\varepsilon(t)=\frac{A}{\tau^2+t^2}$$

（A、τ 为与坐标、时间无关的常数）
（1）在一级近似下，问：粒子可能向哪些态跃迁？
（2）在一级近似下，计算：当 $t\rightarrow+\infty$ 时，粒子向各可能态跃迁的几率。

附积分公式：$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{x^2+a^2}\exp(i\xi x)dx=\frac{\pi}{a}\exp(-a|\xi|)\qquad(a>0)$$

（四）（20分）

设粒子处于$\hat{L}^2$ 和 $\hat{L}_z$的本征态$Y_{lm}(\vartheta,\varphi)$，

试求：测不准关系$<(\Delta L_x)^2>\bullet<(\Delta L_y)^2>=?$

（五）（20分）

若 $\vec{\mu}$ 和 $\vec{J}$ 分别表示电子的总磁矩和总角动量（即轨道与自旋角动量之和），试求：$\vec{\mu}\bullet\vec{J}$ 的本征值和相应的本征函数。

2002年南开大学量子力学考研真题

2001年南开大学量子力学考研真题

南开大学2001年研究生入学考试试题

物理系

考试科目：量子力学　　　　专业：理论物理、凝聚态物理、生物物理、光学和

全卷共六题，满分100分.

(1)（15分）
计算对易括号：$[\hat{\vec{L}}, x]$，　　$[\hat{\vec{L}}, \hat{p}_x]$.

(2)（15分）证明：
1.）$e^{i\lambda\sigma_z} = \cos\lambda + i\sigma_z \sin\lambda$，

2）$e^{i\lambda\sigma_z}\sigma_x e^{-i\lambda\sigma_z} = \sigma_x \cos(2\lambda) + \sigma_y \sin(2\lambda)$.
（其中 σ 为泡利算符，λ 为常量）

(3)（15分）
对 $\hat{L}^2, \hat{L}_z$ 的共同本征态 $Y_{lm}(\theta,\phi)$，计算 $\overline{(\Delta L_x)^2(\Delta L_y)^2}$.

(4)（15分）一体系由三个全同玻色子组成，它们之间没有相互作用，若玻色子有三个可能的单粒子态，问体系的可能状态共有几个？它们的波函数是怎样由单粒子波函数构成的？

(5)（20分）
在一维无限深势阱 (-a/2, a/2) 中运动的粒子，处于基态，突然将两壁对称地扩展到 (-a, a)，这时测到粒子的最小能量和对应几率各是多少？

(6)（20分）
设非简谐振子的 Hamilton 量为：$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}'$，其中 $\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2}\mu\omega^2 x^2$，$\hat{H}' = \beta x^3$（$\beta$ 为实常数）. 用微扰法求其能量本征值（准确至二级近似）和本征函数（准确至一级近似）.

8. (24 分) 设 $\{f_n(x)\}$ 是 $[a,b]$ 上的连续函数序列，且存在常数 $M>0$, 使得对任何 $n\in\mathrm{N}$ 和任何 $x\in[a,b]$, 有 $|f_n(x)|\le M$.

(1) 证明对任何 $n\in\mathrm{N}$, $F_n(x)=\min\{f_1(x),f_2(x),\ldots,f_n(x)\}$ 在 $[a,b]$ 上连续.

(2) 举一个例子使 $F(x)=\inf\limits_{n\in\mathrm{N}} f_n(x)$ 在 $[a,b]$ 上不连续.

(3) 若 $F(x)=\inf\limits_{n\in\mathrm{N}} f_n(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，则 $\{F_n(x)\}$ 在 $[a,b]$ 上一致收敛于 $F(x)$, 其中 $F_n(x)=\min\{f_1(x),f_2(x),\ldots,f_n(x)\}$.

9. (20 分) 设 $f(x)$ 在 (a,b) 上有定义且对任何 $x_1,x_2\in(a,b)$ 和任何 $\lambda\in[0,1]$, 有

$$f(\lambda x_1+(1-\lambda)x_2)\le\lambda f(x_1)+(1-\lambda)f(x_2).$$

(1) 证明 $f(x)$ 在 (a,b) 内处处有右导数

$$f'_+(x)=\lim_{\Delta x\to0^+}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

且 $f'_+(x)$ 是 (a,b) 上的单增函数.

(2) $f'_+(x)$ 在 (a,b) 内至多只有可数个间断点.

2000年南开大学量子力学考研真题

（一）（10分）

使用狄拉克符号导出不含时间的薛定谔方程在动量表象中的形式。

（二）（20分）

(1) 证明： $[\hat{L}_X,\quad \hat{P}_Y]=[\hat{P}_X,\quad \hat{L}_Y]=i\hbar\hat{P}_Z$

(2) 求： $\hat{\vec{P}}\times\hat{\vec{L}}+\hat{\vec{L}}\times\hat{\vec{P}}=?$

（三）（20分）

(1) 在S_z本征态 $\chi_{\frac{1}{2}}(S_z)$ 下，求$\hat{\vec{\sigma}}\bullet\hat{\vec{n}}$ 的可能值及相应几率，

其中 $\hat{\vec{n}}$ 是单位矢量。

(2) 电子处于$\hat{\vec{\sigma}}\bullet\hat{\vec{n}}=+1$ 自旋态下，求$\hat{\sigma}_z=+1$ 的几率。

（四）（15分）

设 $H=H_0+H'$

其中 $H_0=\begin{pmatrix}E_1^0 & 0\\ 0 & E_2^0\end{pmatrix}$ $H'=\begin{pmatrix}a & b\\ b & a\end{pmatrix}$ （a， b 为实）

(1) 用微扰法求能量修正（准确至二级修正）；

(2) 求严格解并与近似解比较。

（五）（15分）

求势场 $V(r)=\frac{A}{r^2}-\frac{B}{r}$ 中的粒子的能级和定态波函数（A， B >0）。

（六）（20 分）

已知体系处于 $\Phi=\alpha_1 Y_{11}+\alpha_2 Y_{20}$ 状态，

其中（$|\alpha_1|^2+|\alpha_2|^2=1$），$Y_{lm}$ 是球谐函数。

求：(1) l_z 的可能值及平均值；

(2) l^2 的可能值及相应几率；

(3) l_x 的可能值及相应几率。

1999年南开大学量子力学考研真题

南开大学 1999 年研究生入学考试试题

考试科目：量子力学　　　　专业：凝固态物理、光学、理论物理

1. 设 t=0时，粒子的状态波函数为

$$\psi(x)=A[\sin^2 kx+\frac{1}{2}\cos kx]$$

试计算此时粒子的平均动量和平均动能(15分)

2. 已知 $\hat{F}$ 在 Q 表象中的矩阵表示为 $F=K\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&1\\0&1&1\end{pmatrix}$，其中K为常数，试计算 $\hat{F}$的本征值及对应的归一化的本征函数。(15分)

3. 一个电荷为e，质量为μ，固有频率为ω的线谐振子，受到恒定弱电场 $\mathcal{E}$ 的作用，电场沿着正x方向，试求解该体系定态能级和定态波函数。(15分

4. 一个电荷为e，质量为μ，固有频率为ω的线谐振子，受到恒定弱电场 $\mathcal{E}$ 的作用，电场沿着正x方向，试用定态微扰论计算该体系能量的一级近似和波函数的一级近似。(15分)

5. 若选取试探波函数为 $\varphi(r,\alpha)=ce^{-\alpha r}$，其中c为归一化系数，试计算氢原子的基态近似能量和基态近似波函数。(15分)

6. 考虑自旋后，氢原子体系的力学量完全集合为(　　　　　　)

设在 $\vec{S}^2$、S_z 共同表象中，氢原子的状态波函数为：

$$\Psi(r,\theta,\varphi,S_z)=\begin{pmatrix}\frac{1}{3}R_{32}(r)Y_{21}(\theta,\varphi)\\ \frac{2}{3}R_{21}(r)Y_{10}(\theta,\varphi)\end{pmatrix}$$

试计算该态中，E、$\vec{L}^2$、L_z、S_z 的可能值和平均值。(15分)

7. 铍的原子核 $^{8}_{4}Be$ 可以视为由两个 α 粒子组成的，其间相互作用势设为 $U(r)$，其中 r 为相对距离，且相对运动的轨道角动量量子数为 l，试讨论 l 的取值。(10分)

第二部分　兄弟院校量子力学考研真题

2015年华南理工大学630量子力学考研真题

630

华南理工大学

2015年攻读硕士学位研究生入学考试试卷

（试卷上做答无效，请在答题纸上做答，试后本卷必须与答题纸一同交回）

科目名称：量子力学

适用专业：凝聚态物理

（本试卷共 5 大题，每题 30 分，总分为 150 分）

1．概念证明：

（1）　为什么说轨道概念是被量子力学摒弃的纯经典概念？

（2）　证明两个厄密算符之和仍为厄密算符。

（3）　假设 $\hat{Q}$ 是厄密的，α 是一个复数。在什么条件下，$\alpha\hat{Q}$ 也是厄密的？

（4）　在什么条件下两个厄密算符的乘积也是厄密的？

（5）　证明坐标算符 $\left(\hat{x}=x\right)$ 和哈密顿算符 $\left(\hat{H}=-\left(\hbar^2/2m\right)d^2/dx^2+V\left(x\right)\right)$ 是厄密算符。

2. 分析一维有限深方势阱的束缚态奇波函数。求出允许能级满足的超越方程,并用作图法求解。考虑两种极限情况，是否总是至少存在一个奇束缚态？

3. 考虑自旋为 $\frac{1}{2}$ 的系统，（1）求出算符 $A\hat{s}_y+B\hat{s}_z$ 的本征值及归一化的本征波函数。其中 $\hat{s}_y$，$\hat{s}_z$ 是角动量算符，且 A，B 是实常数。（2）假定此系统处于以上算符的一个本征态上，求测量 $\hat{s}_y$ 得到结果 $\frac{\hbar}{2}$ 的概率。

4. (a) 取以下形式的试探波函数

$$\psi(x)=\begin{cases}A\cos(\pi x/a) & (-a/2<x<a/2)\\ 0 & (\text{其他})\end{cases}$$

求一维简谐振子的基态能量。a 的“最优”值是多少？对比$\langle H\rangle_{\min}$与准确能量。

(b) 在区间 $(-a,a)$ 中，取 $\psi(x)=B\sin(\pi x/a)$ ，求第一激发态上限，并与准确值作对比。

5. 质量为m的一个粒子在一维无限深方势阱中，开始时处在基态。在$t=0$时把一块“砖”丢到势阱中，因此势变成

$$V(x)=\begin{cases}V_0 & (0\le x\le a/2)\\ 0 & (a/2\le x\le a)\\ \infty & (\text{其他})\end{cases}$$

其中 $V_0\ll E_1$ ，经过时间 T 后，砖被移走，测量粒子的能量，用一级微扰理论求得到E_2的概率。

2014年中国科学技术大学量子力学考研真题

中国科学技术大学

2014年硕士学位研究生入学考试试题

（量子力学）

所有试题答案写在答题纸上，答案写在试卷上无效

□需使用计算器　　　　X□不使用计算器

（本卷共7题，150分）

1,（20分）质量为μ的粒子被限制在宽为a的无限深方势阱中运动，$0<x<a$。

(a)（10分）在开始时刻$t=0$，测量到粒子处于基态的概率是$1/2$，处于第一激发态的概率也为$1/2$。写出t时刻系统波函数的一般形式。

(b)（10分）若上问中，开始时刻粒子的平均位置$\bar{x}=\langle\hat{x}\rangle>a/2$且偏离势阱中心最远，求此时的波函数。

2.（20分）金属内部含有传导电子。对于这类物理体系，作用于传导电子的势场可用平均的势场来模拟，即

$$V(x)=\begin{cases}-V_0 & x<0\\ 0 & x>0\end{cases}\qquad (V_0>0)$$

(a)（10分）若导体内$(x<0)$传导电子的能量$E>0$，计算接近金属表面的传导电子穿过金属表面进入真空的穿透系数；

(b)（10分）若导体内传导电子的能量$E<0$，讨论金属表面外附近能否找到电子？

3,（25分）设$\hat{a}$、$\hat{a}^\dagger$分别为吸收算符和发射算符。今定义新算符$\hat{b}=\alpha\hat{a}+\beta\hat{a}^\dagger$，其中$\alpha$、$\beta$为复常数。

(a)（5分）若$\hat{b}$及其厄米共轭$\hat{b}^\dagger$构成新的一组吸收发射算符，则α、β应满足什么条件？

(b)（20分）利用$\hat{b}$、$\hat{b}^\dagger$来求哈氏量 $\hat{H}=\hbar\omega[\hat{a}^\dagger\hat{a}+A\,\hat{a}\hat{a}+A\,\hat{a}^\dagger\hat{a}^\dagger]$的本征值，其中$A^2<\frac{1}{4}$为实参数。

4， （20 分）有四个质量都为 μ 的粒子在一个半径为 R 的固定圆环上运动，呈彼此相对位置不变的正四边形分布。

(a)（10 分）若这些粒子可分辨，求体系的能量；

(b)（10 分）若这些粒子不可分辨，求体系的能量。

5、（20 分）粒子处于状态 $\psi=\frac{1}{\sqrt{3}}[\sqrt{2}\chi_{\frac{1}{2}}(s_z)Y_{10}(\theta,\varphi)+\chi_{-\frac{1}{2}}(s_z)Y_{11}(\theta,\varphi)]$，问测量总角动量平方 $\hat{j}^2$ 及其投影 $\hat{j}_z$ 的可能值与相应概率，其中 $\chi_{\pm\frac{1}{2}}$ 为电子的自旋波函数。

6，（25 分） 在一维定态束缚态问题中，系统哈氏量为

$$\hat{H}=\hat{T}+V=\frac{1}{2\mu}\hat{p}^2+V(x)$$

能量本征方程 $\hat{H}|m\rangle=E_m|m\rangle,\quad m=0,1,2,\ldots$

(a)（5 分）计算 $[\hat{x},[\hat{x},\hat{H}]]=?$

(b)（10 分）证明 $\sum_n(E_n-E_m)|\langle m|\hat{x}|n\rangle|^2=\hbar^2/2\mu$

(c)（10 分） 证明不等式 $(E_1-E_0)\le 4<\hat{T}>_0$

这里 E_1,E_0 分别为系统第一激发态和基态的能量本征值，$<T>_0$ 是基态中的动能平均值。

7，（20 分） 设一质量为 m 的粒子在势场

$$V(z)=\begin{cases}\infty & z<0\\ mgz & z>0\quad (g>0)\end{cases}$$

中运动。请用变分法来计算基态能量的近似值，试探函数取为 $\psi=\begin{cases}0 & z<0\\ ze^{-\lambda z} & z>0\end{cases}$，其中 λ 为实的变分参数。

2014年南京航天航空大学618量子力学考研真题

南京航空航天大学

2014年硕士研究生入学考试初试试题（ A卷 ）

科目代码：618
科目名称：量子力学
满分：150 分

注意：①认真阅读答题纸上的注意事项；②所有答案必须写在答题纸上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回！

一、简答题（本题45分，每小题15分）

①写出氢原子、一维简谐振子、一维无限深势阱的能级，并用示意图表示。

②证明：定态波函数 $\psi(x)$ 总可以取作实数的。

③能量本征态有可能是角动量 $\hat{L}^2$ 的本征态吗？有可能是 $\hat{L}_z$ 的本征态吗？请回答为什么并举例说明。

二、在一维无限深势阱中，一个粒子的初始波函数由前两个定态迭加而成：$\Psi(x,0)=A[\psi_1(x)+\psi_2(x)]$。为了简化计算可令 $\omega=\pi^2\hbar/2ma^2$。

①归一化 $\Psi(x,0)$，并求 $\Psi(x,t)$ 和 $|\Psi(x,t)|^2$，把后者用时间的正弦函数展开。

②计算 $\langle x\rangle$、$\langle p\rangle$ 的值。它们是随时间振荡的，角频率是多少？振幅是多少？

③测量粒子的能量，可能得到什么值？得到各个值的几率是多少？求出 $\hat{H}$ 的期望值。并与 E_1 和 E_2 比较。（本题20分）

三、质量为 m 的粒子在一维线性谐振子势：$V(x)=m\omega^2x^2/2$ 中运动。在占有数表象中哈密顿量可写为 $\hat{H}=(\hat{a}^\dagger\hat{a}+\frac{1}{2})\hbar\omega$。这里 $\hat{a}^\dagger=\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}(\hat{x}-\frac{i}{m\omega}\hat{p})$，$\hat{a}=\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}(\hat{x}+\frac{i}{m\omega}\hat{p})$ 分别为升、降算符。已知谐振子基态波函数为：$\psi_0(x)=\sqrt[4]{\frac{m\omega}{\pi\hbar}}e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}}$

① 利用升算符性质：$\hat{a}^\dagger\psi_n(x)=\sqrt{n+1}\psi_{n+1}(x)$，求谐振子第一激发态的波函数；

②假设粒子处在基态 $\psi_0(x)$，突然改变谐振子的“振动频率”为 $\omega'=2\omega$，粒子新的基态能是多少？新的基态波函数是什么？

③假设这时粒子波函数仍然保持 $\psi_0(x)$ 不变，此时测量粒子能量，发现粒子能量取新的基态能的几率是多少？（本题25分）

四、在 t=0 时，氢原子的波函数 $\Psi(r,0)=\frac{1}{\sqrt{10}}[2\psi_{100}+\psi_{210}+\sqrt{2}\psi_{211}+\sqrt{3}\psi_{21-1}]$ 式中波函数的下标分别为量子数 n,l,m 的值，忽略自旋和辐射跃迁。

①写出在 t 时刻的波函数;

②在 $t=0$ 时振子能量的平均值是多少？ $t=1$ 秒时呢？(本题 20 分)

五、电子静止在一振荡磁场 $\vec{B}=B_0\cos(\omega t)\vec{k}$ 中，其哈密顿量写作 $\hat{H}=-\gamma\vec{B}\cdot\hat{\vec{S}}$，其中 $\hat{\vec{S}}$ 为自旋角动量，γ(旋磁比)、B_0 (磁场振幅) 和 ω(振荡圆频率) 为三个常数。

①构造这个体系的哈密顿矩阵。

②电子的初始态 $t=0$ 时为处于 x 轴方向上的上自旋态，即：$\chi(t)=\chi_0^{(+)}$。确定以后任意时刻的 $\chi(t)$

③ 如果测量 S_x，求出得到 $-\hbar/2$ 的几率。

④ 迫使 S_x 完全翻转所需要的最小磁场 B_0 是多大？(本题 20 分)

六、粒子在二维无限深方势阱中运动，$V=\begin{cases}0, 0<x,y<a\\ \infty, \quad 其他\end{cases}$。加上微扰 $H'=\lambda xy$。求基态、第一激发态能级的一级微扰修正。(本题 20 分)

2014年北京科技大学876量子力学考研真题

北　京　科　技　大　学

2014年硕士学位研究生入学考试试题

试题编号：876

试题名称：量子力学

适用专业：物理学

说明：所有答案必须写在答题纸上，做在试题或草稿纸上无效。

（一）多选题（每题2分，共40分，答案可能是一个，也可能是多个）：

【1】以下哪个波函数表示的质量为m的非相对性粒子具有较高的能量：______

A. $\cos x$

B. $\cos 2x$

C. e^{ix}

D. e^{i2x}

【2】以下哪些函数是奇函数：______

A. $A\sin kx$

B. $A\cos kx$

C. 狄拉克德尔塔函数

D. 狄拉克德尔塔函数的一阶导数

【3】“*”是取复共轭运算，以下算式正确的是：______

A. $\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t)\right)^* = -i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi^*(x,t)$

B. $\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t)\right)^* = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi^*(x,t)$

C. $\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t)\right)^* = -i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t)$

D. $\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t)\right)^* = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t)$

【4】玻尔模型中，角动量量子化条件是：______

A. $mvr = n\hbar, n = 0,1,2,\ldots$

B. $mvr = nh, n = 0,1,2,...$

C. $mvr = n\hbar, n = 1,2,...$

D. $mvr = nh, n = 1,2,...$

【5】关于厄米矩阵，以下说法正确的是：______

A. 对角线上的元素必定是实数

B. 非对角线上的元素必定是实数

C. 对角线上的元素可以是纯虚数

D. 非对角线上的元素必须包含纯虚数

【6】质量为m的粒子在宽度为L的一维无限深势阱中运动，基态能是：______

A. $\frac{h^2}{16mL^2}$

B. $\frac{h^2}{8mL^2}$

C. $\frac{h^2}{4mL^2}$

D. $\frac{h^2}{2mL^2}$

【7】质量为m的粒子在宽度为L的一维无限深势阱中运动，基态波函数是：______

A. $\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{\pi x}{L}$

B. $\sqrt{\frac{L}{2}}\sin\frac{\pi x}{L}$

C. $\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{2\pi x}{L}$

D. $\sqrt{\frac{L}{2}}\sin\frac{2\pi x}{L}$

【8】对一维无限深势阱问题，解定态薛定谔方程，解出能量本征值是 E_n，对应的本征函数是 $\psi_n(x)$，以下哪个波函数表示的是所谓“定态”：______

A. $\psi_1(x)e^{-iE_1t/\hbar}$

B. $\psi_1(x)e^{-iE_2t/\hbar}$

C. $\psi_2(x)e^{-iE_1t/\hbar}$

D. $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\psi_1(x)e^{-iE_1t/\hbar}+\psi_2(x)e^{-iE_2t/\hbar}\right)$

【9】定义平移算符为$T(a)=e^{i\hat{p}a/\hbar}$，这里$\hat{p}$是动量算符，a是位移参数，以下说法正确的是：______

A. 平移算符是厄米算符

B. 平移算符是单位算符

C. 平移算符是幺正算符

D. 平移算符可以用来表示一个物理量

【10】以下哪些算符一定是厄米算符：______

A. 幺正算符

B. 平移算符

C. 投影算符

D. 单位算符

【11】假设$|\alpha\rangle$，$|\beta\rangle$是狄拉克右矢空间中的向量，以下说法正确的是：______

A. $\langle\alpha|\beta\rangle=\langle\beta|\alpha\rangle$

B. $\langle\alpha|\beta\rangle=\langle\beta|\alpha\rangle^*$

C. $|\alpha\rangle\langle\beta|=|\beta\rangle\langle\alpha|$

D. $\langle\alpha|\alpha\rangle\geq 0$

【12】假设$|\alpha\rangle$，$|\beta\rangle$是狄拉克右矢空间中的向量，以下哪些是算符：______

A. $\langle\alpha|\beta\rangle$

B. $\langle\beta|\alpha\rangle$

C. $|\alpha\rangle\langle\beta|$

D. $|\beta\rangle\langle\alpha|$

【13】假设$|\alpha\rangle$，$|\beta\rangle$是狄拉克右矢空间中的向量，c_1，c_2是复系数，$|\alpha\rangle=c_1|\alpha\rangle+c_2|\beta\rangle$，以下哪些等式成立：______

A. $\langle\alpha|=c_1\langle\alpha|+c_2\langle\beta|$

B. $\langle\alpha|=c_1^*\langle\alpha|+c_2^*\langle\beta|$

C. $\langle\alpha|=c_1|\alpha\rangle+c_2|\beta\rangle$

D. $\langle\alpha|=c_1^*|\alpha\rangle+c_2^*|\beta\rangle$

【14】假设A是算符，但不一定是厄米算符，$|\alpha\rangle$，$|\beta\rangle$是狄拉克右矢空间中的向量，以下哪些等式成立：______

A. $\langle\alpha|A|\beta\rangle=\langle\beta|A|\alpha\rangle$

B. $\langle\alpha|A|\beta\rangle=\langle\beta|A|\alpha\rangle^*$

C. $\langle\alpha|A|\beta\rangle=\langle\beta|A^+|\alpha\rangle$

D. $\langle\alpha|A|\beta\rangle=\langle\beta|A^+|\alpha\rangle^*$

【15】L_z表象下，对$l=0$的量子态，以下说法正确的是：______

A. L_x，L_y同时取确定值

B. L_x的取值是完全不确定的

C. L_y的取值是完全不确定的

D. L^2的期望值是0

【16】自旋的泡利矩阵表示，以下哪些是厄米矩阵：______

A. $\hat{\sigma}_x$　　B. $\hat{\sigma}_y$　　C. $\hat{1}$　　D. $\hat{\sigma}^+$

【17】自旋的泡利矩阵表示，哪些是幺正矩阵：______

A. $\hat{\sigma}_x$

B. $\hat{\sigma}_y$

C. $\hat{1}$

D. $\hat{\sigma}^+$

【18】线性谐振子的占有数表象，$a^\dagger$，a分别是产生和湮灭算符，以下哪些是厄米算符：______

A. $a^\dagger$

B. a

C. $a^\dagger a$

D. $aa^\dagger$

【19】线性谐振子的占有数表象，$a^\dagger$，a分别是产生和湮灭算符，以下哪些算式成立：______

A. $[a,a^\dagger a]=a$

B. $[a,a^\dagger a]=-a$

C. $[a^\dagger,a^\dagger a]=a^\dagger$

D. $[a^\dagger,a^\dagger a]=-a^\dagger$

【20】以下哪些态矢量表示的是“自旋三重态态”：______

A. $|++\rangle$

B. $|--\rangle$

C. $\frac{1}{\sqrt{2}}(|+-\rangle+|-+\rangle)$

D. $\frac{1}{\sqrt{2}}(|+-\rangle-|-+\rangle)$

（二）简答题（每题5分，共50分）：

【1】在狄拉克记号下，$|p'\rangle$的物理含义是什么？

【2】对一维空间，$\langle x'|p'\rangle$的数学表达式是什么？

【3】请写出在位置表象下，位置算符和动量算符的表达式：

【4】请写出在动量表象下，位置算符和动量算符的表达式：

【5】假设x, p分别是位置算符，动量算符，请证明：$[x^n, p]=i\hbar n x^{n-1}$

【6】对厄米算符A，假设有本征值问题$A|a'\rangle=a'|a'\rangle$，请证明a'一定是实数。

【7】假设A，B是厄米算符，$[A, B]\neq 0$，请写出严格的不确定关系。

【8】假设A，B是厄米算符，请证明：$\frac{1}{2i}(AB-BA)$一定是厄米算符。

【9】请写出(L^2, L_z)的共同本征态$|l, m\rangle$所满足的共同本征值问题；对l, m的取值有何限制？

【10】质量为m的非相对论粒子在势场V中运动，请写出相应的含时薛定谔方程。请继续写出粒子流密度$\vec{j}$的表达式和粒子数守恒的微分形式的表达式。

（三）计算和证明（每题10分，共60分）：

【1】两个全同电子在宽度为L的一维无限深势阱中运动，考虑电子的自旋，假设电子的质量是m，单电子在一维无限深势阱中的能量本征值是$E_n, n=1, 2, \ldots$，n=1是基态，n=2是第一激发态，……，忽略“电子-电子”间相互作用，（1）系统的基态能是多少？

（2）第一激发态的能量本征值是多少？（3）假设$\psi_n(x)$是与E_n相对应的电子轨道部分的波函数，请写出系统的基态波函数。（提示：写成轨道部分和自旋部分乘积的形式）

【2】氢原子的波函数可表示为：$\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi)\chi(s_z)$，这里主量子数$n$的取值范围是？角动量量子数$l$的取值范围是？磁量子数$m$的取值范围是？自旋量子数$s_z$的取值范围是？并请证明对主量子数$n$简并度$f_n=2n^2$。

【3】对于(L^2,L_z)的共同本征态$|lm\rangle$，证明：（1）$\langle L_x\rangle=\langle L_y\rangle=0$；（2）$\langle L_x^2\rangle=\langle L_y^2\rangle$；（3）对$L_x,L_y$验证满足不确定关系。

【4】自旋泡利矩阵，$\hat{\sigma}_z$表象下，对$\hat{\sigma}_y=\begin{pmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{pmatrix}$，求解本征值问题，即求出$\hat{\sigma}_y$对应的本征值和本征向量，假设量子态$\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}$，求对此量子态观测到$s_y=\hbar/2$的几率。

【5】氢原子基态波函数的径向部分是Ae^{-r/a_0}，（1）求归一化因子A；（2）当r=?时，径向部分的概率分布达到最大。

【6】两个自旋1/2耦合，哈密顿量是：$H=J\hat{S}_1\cdot\hat{S}_2+\gamma\left(\hat{S}_1^z+\hat{S}_2^z\right)$，假设$J>0$，$\gamma=J\hbar$，求系统的基态能和基态波函数。

2014年北京航空航天大学691量子力学与近代物理考研真题

北京航空航天大学 2014 年
硕士研究生入学考试试题 科目代码：691

量子力学与近代物理 （共 3 页）

考生注意：

1、 所有答题务必书写在考场提供的答题纸上，写在本试题单上的答题一律无效（本题单不参与阅卷）。

2、 本试卷由量子力学和近代物理两部分组成，每部分分值均为 75 分，满分 150 分。

第一部分 量子力学（75 分）

一、（本题共 20 分）

一维 $0 \le x \le a$ 区间为无限深的方势阱中有质量为 m 的粒子，在 $t=0$ 时刻其波函数为

$$\psi(x,t=0)=\sqrt{\frac{8}{5a}}\left(1+\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)\right)\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)。$$

已知对于无限深方势阱有 $\varphi_n(x)=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right)$，$E_n=\frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$，$n=1,2,3,\ldots$。有如下问题

（1） 在 0 时刻以后任意 $t=t_0$ 时刻的波函数。（10 分）

（2） 体系在 $t=0$ 以及 $t=t_0$ 时刻的平均能量。（5 分）

（3） 在 $t=t_0$ 时刻在势阱左半区域（$0 \le x \le a/2$）发现粒子的概率是多少？（5 分）

二、（本题共 20 分）

利用测不准关系

（1） 证明在角动量 z 向分量 $\hat{L}_z$ 的本征态球谐函数 Y_{lm} 下，x 和 y 向分量的平均值 $\overline{L_x}=\overline{L_y}=0$。（10 分）

（2）　在$\hat{L}^2$和$\hat{L}_z$的共同本征态Y_{lm}下，计算$\overline{(\Delta L_x)^2}\cdot\overline{(\Delta L_y)^2}$。（10分）

三、（本题共20分）

耦合谐振子的哈密顿量为$H=\frac{1}{2m}\left(p_1^2+p_2^2\right)+\frac{1}{2}m\omega^2\left(x_1^2+x_2^2\right)+\lambda x_1x_2$，其中$\hat{p}_1=-i\hbar\frac{\partial}{\partial x_1}$，$\hat{p}_2=-i\hbar\frac{\partial}{\partial x_2}$。$x_1$，$p_1$和$x_2$，$p_2$分属于不同的自由度。设$\lambda<m\omega^2$，试求此耦合振子的能级。

四、（本题共15分）

一维宽为a的无限深方势阱$U(x)=\begin{cases}0, & -a/2<x<a/2\\ +\infty, & otherwise.\end{cases}$中有一个初始为基态的粒子，随后势阱宽度突然增加到$a'(a'>a)$，势阱关于$x=0$的对称性不变。计算突变后粒子仍然处于基态的概率。

第二部分　近代物理（75分）

一、（本题20分）

1. 量子共振对原子的发射和吸收谱的影响有哪些？原子核发射和吸收γ射线时是否存在量子共振？指出其原因？（10分）

2. 结合作图说明扫描隧道显微镜（STM）的工作原理，指出其中的物理效应及其产生的根源。（10分）

二、（本题15分）

写出三种β衰变的方程，指出哪种是天然β衰变。衰变所释放的电子能量是连续还是离散变化的？对此应利用什么理论解释？

三、（本题 20 分）

如果原子的电子组态为$(2p)^2$，依据 L-S 耦合写出可能产生的原子态（谱项），并画出能级精细结构图。

四、（本题 20 分）

设原子光谱中的一条谱线为 $^3S_1 \to {}^3P_0$, 在磁场中发生塞曼分裂，指出产生正常还是反常塞曼效应。画出能级分裂图以及可能的跃迁线。说明谱线中哪些是σ光，哪些是π光。

其中，朗德 g 因子：$g_J = 1 + \dfrac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}$