

Table of Contents

[内容简介](#)

[目 录](#)

[2015年北京交通大学624电动力学考研真题](#)

[2014年北京交通大学624电动力学考研真题](#)

[2011年北京交通大学912电动力学考研真题](#)

[2007年北京交通大学470电动力学考研真题](#)

[2002年北方交通大学563电动力学考研真题](#)

[2001年北方交通大学电动力学考研真题](#)

[2000年北方交通大学电动力学考研真题](#)

[1999年北方交通大学电动力学考研真题](#)

目 录

[2015年北京交通大学624电动力学考研真题](#)

[2014年北京交通大学624电动力学考研真题](#)

[2011年北京交通大学912电动力学考研真题](#)

[2007年北京交通大学470电动力学考研真题](#)

[2002年北方交通大学563电动力学考研真题](#)

[2001年北方交通大学电动力学考研真题](#)

[2000年北方交通大学电动力学考研真题](#)

[1999年北方交通大学电动力学考研真题](#)

2015年北京交通大学624电动力学考研真题

北京交通大学 2015 年硕士研究生入学考试试卷

科目代码: 624 科目名称: 电动力学

共 1 页, 第 1 页

注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

一、请写出电磁场标势 φ 与矢势 A 的推迟势表达式, 说明其物理意义。(10 分)

二、证明均匀介质内部的磁化电流密度 J_M 总是等于自由电流密度 J_f 的 $(\frac{\mu}{\mu_0} - 1)$ 倍。(15 分)

三、已知导体的电容率、磁导率和电导率分别为 ϵ 、 μ 和 σ , 试从时谐波的麦克斯韦方程组出发, 推导良导体情况下导体中的亥姆霍兹方程, 并指出复电容率的物理意义。(20 分)

四、导体内有一半径为 R_0 的球形空腔, 在腔内某一半径上, 距球心为 a_1, a_2 ($a_1, a_2 < R_0$) 处, 分别放置 Q_1, Q_2 两个点电荷。已知导体的电势为零, 用镜像法求腔内任一点电势和腔壁上感应电荷的面密度。(20 分)

五、平行板电容器两极板的面电荷密度分别为 $\sigma, -\sigma$ 该电容器沿平行于极板的方向以速度 v 运动, 一带电量为 q 的点电荷以速度 u 沿相同方向射入该平板电容器 ($u > v$)。试求: (1) 在点电荷所在的参考系 Σ' 中, 电容器的运动速度; (2) 在 Σ 系中观察, 该点电荷在电容器内受到的作用力。(25 分)

六、将一磁化矢量为 M_0 、半径为 R_0 的均匀磁化铁球放入均匀磁场 H_0 内, M_0 和 H_0 的方向一致, 求球内的磁感应强度 B 。(30 分)

七、一矩形波导管宽度为 a , 高度为 b , 一圆频率为 ω 的电磁波在波导管中传播, 求此电磁波电场的表达式, 并证明矩形波导管中不存在 TEM 波。(30 分)

2014年北京交通大学624电动力学考研真题

北京交通大学 2014 年硕士研究生入学考试试卷

科目代码: 624 科目名称: 电动力学

共 1 页, 第 1 页

注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

一、写出均匀、各向同性介质中麦克斯韦方程组的微分形式, 并写出: (1) D 与 E 、 P , (2) H 与 B 、 M , (3) ρ_r 与 E , (4) J_M 与 B 之间的关系。已知介质的电容率和磁导率分别为 ϵ 和 μ 。(15 分)

二、根据电场垂直入射面和平行入射面的菲涅尔公式

$$\frac{E'_\perp}{E_\perp} = -\frac{\sin(\theta - \theta^*)}{\sin(\theta + \theta^*)}, \quad \frac{E'_\parallel}{E_\parallel} = \frac{\tan(\theta - \theta^*)}{\tan(\theta + \theta^*)}$$

分别说明: (1) 当电场垂直于入射平面的光从光疏入射到光密媒质时, 反射光会产生半波损失; (2) 若是自然光入射, 且 $\theta + \theta^* = \pi/2$ 时, 反射光为完全线偏振光。(15 分)

三、有一半径为 R_0 的薄导体球壳, 带电量为 Q , 在球心 O 处有一个点电荷 Q_1 , 球外距球心为 a ($a > R_0$) 的点 A 处放另一个点电荷 Q_2 , 求球外距球心为 R 的 P 点的电势。已知 OP 与 OA 的夹角为 θ 。(20 分)

四、带电荷为 e 的粒子以匀速 v 沿 x 轴正方向运动, 求粒子经过坐标系原点时 x 轴上点 $(1, 0, 0)$ 处的电磁场。(20 分)

五、一长为 l 的 z 轴上的短天线上有电流分布为 $I(z) = I_0(1 - 2|z|/l)$ 的振荡电流, 其中 $|z| \leq l/2$, 电流的振荡频率为 ω , 求此短天线在辐射区产生的电磁场 E 、 B 、平均辐射能流 \bar{S} 和平均辐射功率 \bar{P} 。(25 分)

六、一圆频率为 ω 的平面波从空气垂直入射到一良导体上, 良导体的电容率、磁导率和电导率分别为 ϵ 、 μ 、 σ , 入射平面为 xz 平面, 导体表面为 xy 平面。求 (1) 导体内电场的表达式, (2) 电磁波的穿透深度。(25 分)

七、将一磁导率为 μ , 半径为 R_0 的球体, 放入均匀磁场 H_0 内, 求球内的磁感应强度 B 。(30 分)

2011年北京交通大学912电动力学考研真题

北京交通大学 2011 年硕士研究生入学考试试卷

科目代码: 912 科目名称: 电动力学 共 5 页 第 1 页
 注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

试卷说明:

1. 总分: 150 分 考试时间: 3 小时;

2. 物理常数

真空介电常数 $\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{F} \cdot \text{m}^{-1}$;

真空磁导率 $\mu_0 = 12.566 \times 10^{-12} \text{H} \cdot \text{m}^{-1}$;

题目如无特别说明, 介质介电常数均为 ϵ_0 , 磁导率均为 μ_0 .

3. Maxwell 方程组

积分形式:

$$\oint E \cdot dl = -\frac{d}{dt} \int B \cdot dS; \quad \oint H \cdot dl = I_f + \frac{d}{dt} \int D \cdot dS; \quad \int D \cdot dS = \int \rho_f dV; \quad \int B \cdot dS = 0$$

微分形式:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}; \quad \nabla \times H = J_f + \frac{\partial D}{\partial t}; \quad \nabla \cdot D = \rho_f; \quad \nabla \cdot B = 0$$

4. 微分算子

柱坐标系: $\nabla \varphi = e_r \frac{\partial \varphi}{\partial r} + e_\phi \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \phi} + e_z \frac{\partial \varphi}{\partial z}; \quad \nabla \cdot A = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z};$

$$\nabla \times A = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} e_r & re_\phi & e_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_r & rA_\phi & A_z \end{vmatrix}; \quad \nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

球坐标系: $\nabla \varphi = e_\rho \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} + e_\theta \frac{1}{\rho} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + e_\phi \frac{1}{\rho \sin \theta} \frac{\partial \varphi}{\partial \phi};$

$$\nabla \cdot A = \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial(\rho^2 A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho \sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta A_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{\rho \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi};$$

$$\nabla \times A = \frac{1}{\rho^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} e_\rho & \rho e_\theta & \rho \sin \theta e_\phi \\ \frac{\partial}{\partial \rho} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ A_\rho & \rho A_\theta & \rho \sin \theta A_\phi \end{vmatrix};$$

$$\nabla^2 = \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho^2 \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\rho^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$$

北京交通大学 2011 年硕士研究生入学考试试卷

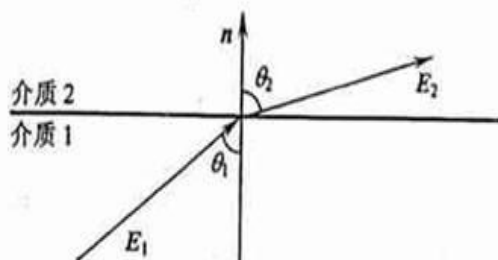
科目代码: 912 科目名称: 电动力学 共 5 页 第 2 页
 注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

一. (10 分) 证明对于任意的标量场 φ 和 ψ , 以及任意矢量场 A , 下列恒等式成立:

$$(1) \nabla \cdot (\psi \nabla \varphi - \varphi \nabla \psi) = \psi \nabla^2 \varphi - \varphi \nabla^2 \psi$$

$$(2) \nabla \times A(\varphi) = \nabla \varphi \times \frac{dA}{d\varphi}$$

二. (20 分) 在如图所示的两种介质分界面上,



(1) 利用 Maxwell 方程组证明:

$$n \times (E_2 - E_1) = 0; \quad n \cdot (D_2 - D_1) = \sigma_f$$

其中 σ_f 为界面上的自由电荷面密度, n 为界面法线方向单位矢。

(2) 若两种介质均为绝缘介质, 介电系数分别为 ϵ_1 和 ϵ_2 , 且界面上无自由电荷面密度, 利用 (1) 的结果证明:

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

(3) 若两种介质均为导电介质, 电导率分别为 σ_1 和 σ_2 , 且介质系统内流有稳恒电流, 利用 (1) 的结果证明:

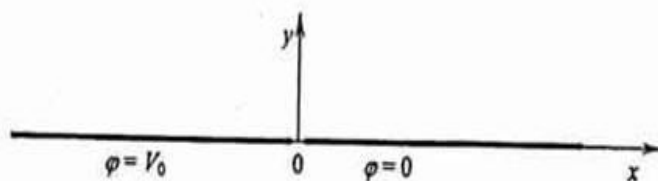
$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$

北京交通大学 2011 年硕士研究生入学考试试卷

科目代码: 912 科目名称: 电动力学 共 5 页 第 3 页
注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

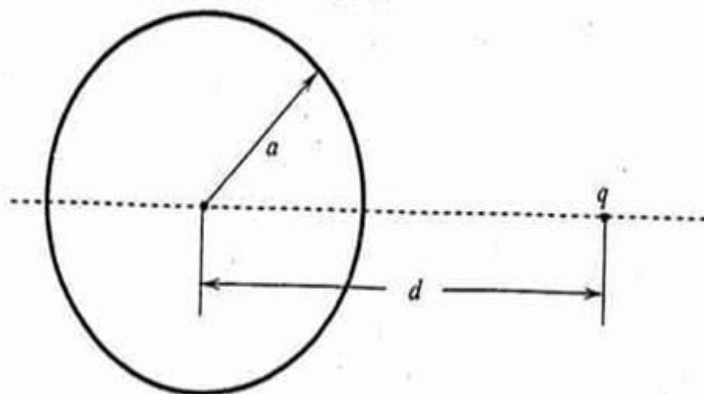
三. (20 分) 由两半无限大导体平板所构成的系统如图所示, 已知两导体板上的电势分别为 $\varphi=0$ 和 $\varphi=V_0$, 两板间绝缘.

- (1) 试用分离变量法求上半空间的电势分布.
- (2) 求上半空间的电场强度分布.
- (3) 求两导体板上的面电荷密度分布.



四. (25 分) 如图所示, 一半径为 a 的接地导体球外充满介电系数为 ϵ 的绝缘介质, 在球外距球心 d ($d > a$) 处存在一点电荷 q . 试求出:

- (1) 镜像电荷的位置和数值.
- (2) 球外电势分布.
- (3) 球面上的自由电荷面密度及球面上的总感应自由电荷量.
- (4) 球面外侧的束缚电荷面密度及面上的总束缚电荷量.
- (5) 电荷 q 所受到的静电力的大小和方向.



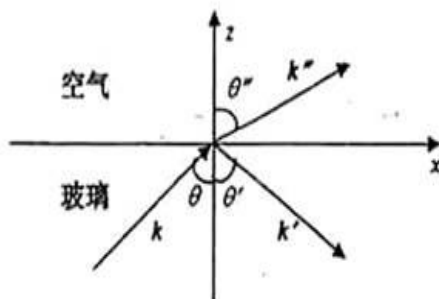
北京交通大学 2011 年硕士研究生入学考试试卷

科目代码: 912 科目名称: 电动力学 共 5 页 第 4 页

注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

五. (20 分) 一列磁场强度为 $H(x, y, z, t) = e_y H_0 \exp[i(k_x x + k_z z - \omega t)]$ 的平面光波从玻璃向空气中入射, 若玻璃的折射率为 $\sqrt{2}$, 入射角 $\theta = 30^\circ$, 光的真空波长为 $1 \mu\text{m}$. 求:

- (1) 入射波, 反射波和折射波的波矢量 k , k' 和 k'' 以及角频率 ω .
- (2) 入射波电场强度 $E(x, y, z, t)$ 的表达式.
- (3) 光波在玻璃空气界面上发生全反射的临界角 θ_c .
- (4) 当光波以 60° 角入射时, 反射波和折射波的电场强度 $E'(x, y, z, t)$ 和 $E''(x, y, z, t)$ 的表达式.



六. (20 分) 从 Maxwell 方程出发,

- (1) 导出在库仑规范 ($\nabla \cdot A = 0$) 下, 真空中电磁场的矢势 A 和标势 ϕ 所满足的微分方程.
- (2) 导出在洛伦兹规范 ($\nabla \cdot A + (1/c^2)(\partial\phi/\partial t) = 0$) 下, 电磁场矢势 A 和标势 ϕ 所满足的微分方程.
- (3) 写出库仑规范下, 均匀平面电磁波的矢势和标势.
- (4) 将洛伦兹规范下矢势和标势的微分方程及规范条件 $\nabla \cdot A + (1/c^2)(\partial\phi/\partial t) = 0$ 用电磁四维势矢量 $A_\mu = (A, i\phi/c)$ 写为四维的相对论协变形式.

北京交通大学 2011 年硕士研究生入学考试试卷

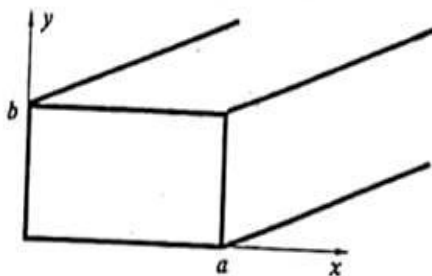
科目代码: 912 科目名称: 电动力学

共 5 页 第 5 页

注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

七. (25 分) 一个矩形波导管的长宽分别为 a, b , 管内介质为空气。已知某模式的电场强度为 $E = e_y E_0 \sin(2\pi x/a) e^{i(\alpha x - \beta z)}$ 。

- (1) 求该模式的磁场强度 H 。
- (2) 该模式的传播常数 β 随角频率 ω 的变化关系。
- (3) 该模式的截止波长 λ_c 。
- (4) 该模式在 $y = 0$ 的管壁上所引起的管壁电流分布 α 。
- (5) 该模式在 z 方向上的平均功率流密度在波导横截面上的分布 $S_z(x, y)$ 。
- (6) 该模式属何种波形 (TE, TM 或 TEM) ?



八. (10 分) 参考系 Σ' 以速度 v 相对于参考系 Σ 沿 x 轴运动, 证明两坐标系下电磁场的变换关系为(其中: $\beta = v/c, \gamma = [1 - (v/c)^2]^{-1/2}$):

$$E_1 = E_1', \quad E_2 = \gamma(E_2' + vB_3'), \quad E_3 = \gamma(E_3' - vB_2')$$

$$B_1 = B_1', \quad B_2 = \gamma(B_2' - \beta E_3'/c), \quad B_3 = \gamma(E_3' + \beta B_2'/c)$$

提示: 电磁场张量及相应的洛伦兹变换关系为:

$$F_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & B_1 & -B_2 & -iE_1/c \\ -B_1 & 0 & B_3 & -iE_2/c \\ B_2 & -B_3 & 0 & -iE_3/c \\ iE_1/c & iE_2/c & iE_3/c & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ ict \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ ict' \end{pmatrix}$$

2007年北京交通大学470电动力学考研真题

北京交通大学 2007 年硕士研究生入学考试试卷

考试科目: 470 电动力学

共 6 页 第 1 页

注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

提示:

(1) 柱坐标系 (r, θ, z) 下微分算子的表达式:

$$\nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial r}e_r + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}e_\theta + \frac{\partial\varphi}{\partial z}e_z$$

$$\nabla\times A = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial\theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z}\right)e_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right)e_\theta + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right)e_z$$

(2) 球坐标系 (r, θ, ϕ) 下微分算子的表达式:

$$\nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial r}e_r + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}e_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\varphi}{\partial\phi}e_\phi$$

$$\nabla\times A = \frac{1}{r\sin\theta}\left(\frac{\partial(\sin\theta\cdot A_\phi)}{\partial\theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial\phi}\right)e_r + \frac{1}{r}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} - \frac{\partial(rA_\phi)}{\partial r}\right)e_\theta + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right)e_\phi$$

(3) 柱坐标系下拉普拉斯方程 $\nabla^2\varphi(r, \theta) = 0$ 的通解为:

$$\varphi(r, \theta) = (A_0 + B_0 \ln r)(C_0 + D_0 \theta) + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n r^n + B_n r^{-n})(C_n \cos n\theta + D_n \sin n\theta)$$

1. (10分) 麦克斯韦方程组:

$$\nabla\times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\nabla\times H = J + \frac{\partial D}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot D = \rho$$

$$\nabla\cdot B = 0$$

是对所有宏观电磁现象的精辟概括。

(1) 试写出麦克斯韦方程组的积分形式;

(2) 简述上述每一方程(微分形式)所包含的物理内容。

北京交通大学 2007 年硕士研究生入学考试试卷

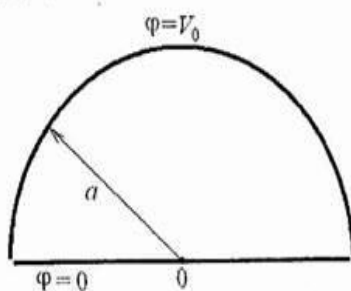
考试科目: 470 电动力学

共 6 页 第 2 页

注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

2. (15 分) 无限长导体管的横截面如图所示, 圆弧部分的半径是 a , 电势为 V_0 , 底部导体平板上的电势为 0。

- (1) 试在柱坐标系下用分离变量法求管内电势分布;
 (2) 计算圆弧型导体管以及底部导体平板表面上的面电荷密度分布。



第 2 题图

3. (10 分) 证明:

- (1) 对于任意标量场 u 和矢量场 F , 下述等式成立:

$$\nabla \cdot (uF) = u \nabla \cdot F + \nabla u \cdot F; \quad \nabla \times (uF) = u \nabla \times F + \nabla u \times F$$

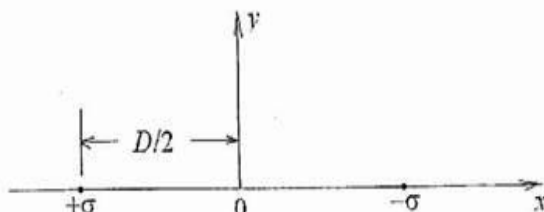
- (2) 对于体积 V 内的静电场 E , 有:

$$\int E d\tau = - \int \rho \phi ds$$

其中 ϕ 为电势函数, S 为 V 的表面, ds 的方向为所考察点处 S 的外法线方向。

4. (10 分) 空气中两条均匀带电的无限长平行直导线如图所示。电荷线密度分别为 $+\sigma$ 和 $-\sigma$, 导线间距离为 D 。

- (1) 如果选择原点 (如图) 为电势参考点, 求电势的空间分布。
 (2) 若导线直径为 d ($\ll D$), 求单位长度双导线的电容。



第 4 题图

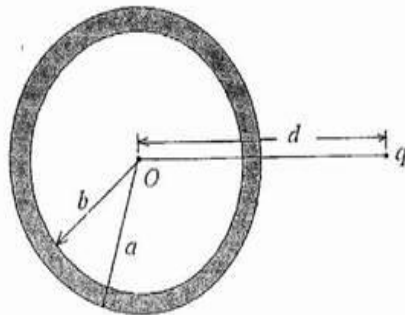
北京交通大学 2007 年硕士研究生入学考试试卷

考试科目: 470 电动力学

共 6 页 第 3 页

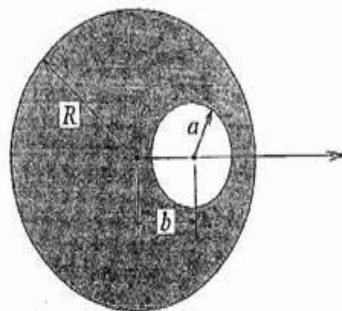
注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

5. (15 分) 如图所示, 一外半径为 a , 内半径为 b 的接地导体球壳, 在导体壳外与球心相距 d ($d > a$) 处有一点电荷 q 。以无穷远处为电势参考点, 求:
- (1) 球壳内外的电势分布;
 - (2) 球壳内外表面上的面电荷密度分布。



第 5 题图

6. (15 分) 一半径为 R 的无限长直圆柱型中空导体的横截面如图所示, 导体内圆柱型孔洞的半径为 a , 两圆柱体轴线间距为 b 。导体上有稳恒电流 I , 且电流密度在导体横截面上均匀分布。求柱外空间各点的磁感应强度。



第 6 题图

北京交通大学 2007 年硕士研究生入学考试试卷

考试科目: 470 电动力学

共 6 页 第 4 页

注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

7. (15 分) 如图(a)所示, 一单色平面波 $E_i = E_{i0}e^{i(\omega t - k \cdot r)}$ 入射到折射率分别为 n_1 和 n_2

的两种介质分界面上将发生反射和折射, 反射波和折射波分别为 $E_r = E_{r0}e^{i(\omega t - k_r \cdot r)}$,

$E_t = E_{t0}e^{i(\omega t - k_t \cdot r)}$ 。证明:

(1) 入射角、反射角与折射角之间满足关系: $\theta_i = \theta_r$; $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$;

(2) k_i , k_r 和 k_t 三矢量共面;

(3) 对于如图(b)所示的垂直极化波, 介质分界面的振幅反射与透射系数为:

$$r_{\perp} = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{\cos \theta_t - [n^2 - \sin^2 \theta_i]^{1/2}}{\cos \theta_t + [n^2 - \sin^2 \theta_i]^{1/2}}; \quad t_{\perp} = \frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{2 \cos \theta_t}{\cos \theta_t + [n^2 - \sin^2 \theta_i]^{1/2}}$$

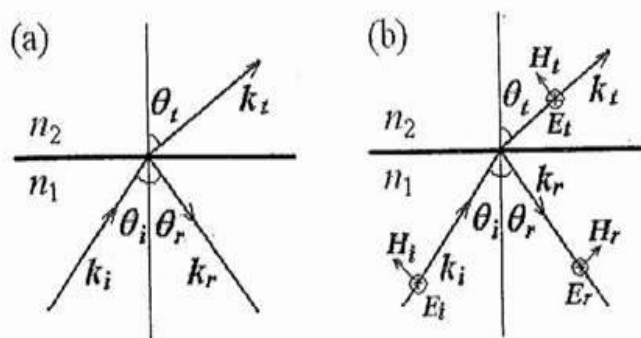
其中, $n = n_2/n_1$ 。

(4) 界面的反射率 R 定义为反射波与透射波平均能流密度之间的比值, 证明:

$$R = |r_{\perp}|^2$$

(5) 当入射角满足 $\sin \theta_i > n$ 时, 证明:

$$r_{\perp} = e^{i\varphi}, \quad \varphi = 2 \tan^{-1} \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_i - (n_2/n_1)^2}}{\cos \theta_i}$$



第 7 题图

北京交通大学 2007 年硕士研究生入学考试试卷

考试科目: 470 电动力学

共 6 页 第 5 页

注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

8. (10 分) 在柱坐标系下, 任意沿 z 方向无限均匀的波导内传播的单色电磁波可以表述为:

$$E(r, \theta, z, t) = E(r, \theta)e^{i(\omega t - \beta z)}, \quad H(r, \theta, z, t) = H(r, \theta)e^{i(\omega t - \beta z)}$$

证明: 上述电磁场的横向分量可以用纵向分量 (E_z, H_z) 表示为:

$$E_r = \frac{i}{k_0^2 n^2 - \beta^2} \left[-\beta \frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{\omega \mu_0}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right]$$

$$E_\theta = \frac{i}{k_0^2 n^2 - \beta^2} \left[\frac{\beta}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} + \omega \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial r} \right]$$

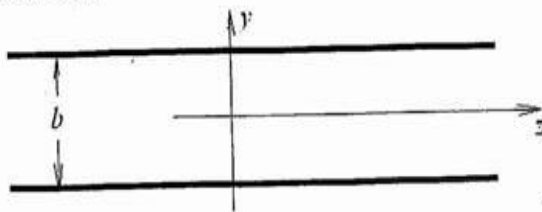
$$H_r = \frac{i}{k_0^2 n^2 - \beta^2} \left[-\beta \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{\omega \epsilon}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} \right]$$

$$H_\theta = \frac{i}{k_0^2 n^2 - \beta^2} \left[\frac{\beta}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} - \omega \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial r} \right]$$

其中, k_0 为真空波数, $n = n(r, \theta)$ 为空间折射率分布。

9. (15 分) 如图所示, 一对无限大的平行理想导体平板相距为 b 。对于在平板间沿 z 方向传播的电磁波, 求:

- (1) 导体平板间各波模的电场 \mathbf{E} 和磁场 \mathbf{H} 的分布;
- (2) 各波模的截止频率。



第 9 题图

北京交通大学 2007 年硕士研究生入学考试试卷

考试科目: 470 电动力学

共 6 页 第 6 页

注意事项: 答案一律写在答题纸上, 写在试卷上的不予装订和评分!

10. (15 分) 在真空中 $D = \epsilon_0 E$, $B = \mu_0 H$ 。

- (1) 分别导出在库仑规范和洛伦兹规范下, 电磁场矢势和标势所满足的波动方程。
- (2) 证明: 在洛伦兹规范下, 有限体积 V 内随时间变化的电荷密度分布 $\rho(\mathbf{x}, t)$ 在无限大自由空间中所产生的标量势为:

$$\varphi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho\left(\mathbf{x}', t - \frac{r}{c}\right)}{r} d\tau' \quad \text{其中 } r = |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|。$$

11. (10 分) 已知真空中一时谐电磁波可在球坐标系下用矢势表示为:

$$\mathbf{A} = \left[e_r \frac{A_0 \cos\theta}{r} - e_\theta \frac{A_0 \sin\theta}{r} \right] e^{-ikr}$$

求空间各点的电场强度 \mathbf{E} 和磁场强度 \mathbf{H} 。

12. (10 分) 根据洛伦兹变换关系, 若参考系 $\Sigma'(x', y', z', t')$ 相对于参考系 $\Sigma(x, y, z, t)$ 以速度 v 沿 x 轴正方向 (与 x' 的正方向相同) 运动, 则四维位置矢量 $x_\mu = (x, ict)$ 满足变换关系:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ ict \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ ict' \end{pmatrix}$$

其中: $\beta = v/c$, $\gamma = [1 - (v/c)^2]^{-1/2}$ 。电磁场的四维势矢量定义为 $A_\mu = (A, i\varphi/c)$, 据此证明: 在真空中以速度 v 沿 x 方向运动, 带电量为 q 的粒子在空间产生的电磁场矢势和标势分别为:

$$A_x = \frac{qv}{4\pi\epsilon_0 c^2 (r - vx/c)}, \quad A_y = 0, \quad A_z = 0, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (r - vx/c)}$$

2002年北方交通大学563电动力学考研真题

2002 年硕士研究生入学考试试卷

考试科目: ⁵⁶³ 电动力学

第 1 页 共 1 页

1. (本题 10 分) 在惯性系 S 中, $t=0$ 时刻点电荷 Q 和 q 分别以速度 $\mathbf{V}=(V,0,0)$ 和 $\mathbf{v}=(v,0,0)$ 通过原点 O 和点 $(0,b,0)$. 求 Q 和 q 分别所受的力.
2. (本题 15 分) 在惯性系 S 中, 有一个处于基态的静止原子, 其静止质量为 M_{10} . 频率为 ν_0 的光子照射后被原子吸收, 并使原子处于激发态. 在这个过程中原子的跃迁能量为 $\Delta E=(M_{20}-M_{10})c^2$, 其中 M_{20} 是原子处于激发态的静止质量, c 为光速率.

(1) 求证: $h\nu_0 = \Delta E \left(1 + \frac{\Delta E}{2M_{10}c^2} \right)$, 其中 h 为 Planck 常量;

(2) 解释 $h\nu_0 > \Delta E$ 的原因.

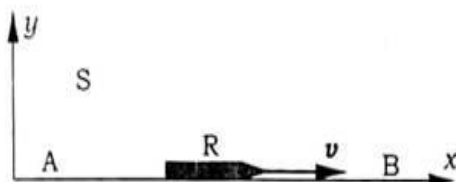
3. (本题 20 分) 在无限大均匀介质(介质的电容率为 ϵ)中, 原有一个均匀电场 \mathbf{E}_0 , 今在某处挖出一个半径为 a 的一个球形空腔. 试求:

(1) 空腔内外电势分布; (2) 空腔内的电场强度.

4. (本题 20 分) 半径为 R_0 的球壳平分为相互绝缘的上下两半. 上半球面均匀带电, 总电量为 Q ; 下半球面也均匀带电, 总电量为 $-Q$. 试求: (1) 该球面的电偶极矩; (2) 它的电四极矩; (3) 远区电势分布.

5. (本题 20 分) 设有一个振荡电偶极子 $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 e^{-i\omega t}$, 求远处的 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{E} 和平均能流密度 $\langle \mathbf{S} \rangle$ 以及振荡电偶极子的发射功率 P .

6. (本题 15 分) 在惯性系 S 中, 测得有一飞船 R 沿 x 轴正向匀速飞行, 并处于 x 轴上的 A 、 B 两点之间, R 、 A 、 B 之间相去遥远, A 、 B 处分别静止着完全相同的检测雷达信号的仪器, 如本题图所示(题图在本页下方). R 发出圆频率为 ω_0 的雷达信号被 A 、 B 接收, 这两个仪器中有一个指示接收到的雷达信号的圆频率为 $2\omega_0$. (1) 接收到圆频率为 $2\omega_0$ 的仪器是 A 还是 B ? (2) R 的飞行速度是多少? (3) 另一个仪器接收到信号的圆频率是多少?



第 6 题题图

2001年北方交通大学电动力学考研真题

2001 年硕士研究生入学考试试卷

58

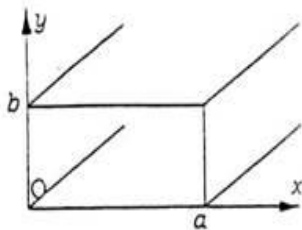
考试科目： 电动力学

第 1 页 共 1 页

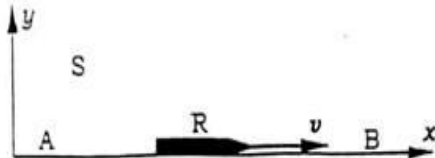
请写出：1. 考生须携带的有关用品：

2. 对考生的具体要求：

1. (本题 15 分) 设有一同轴电缆，其圆柱形内导体半径为 a ，电导率为 σ ，筒状外导体的内径为 b 。设有均匀稳恒电流 I 沿内导体轴向，外筒有反向相同电流；内圆柱单位长度上带电量为 τ 。(1) 计算圆柱内和内外导体之间的能流密度 S 分布；(2) 计算单位时间内在单位长度上流进圆柱导体的电磁场能量，并与内导体消耗的焦耳热比较；(3) 计算单位时间内通过与轴垂直平面的电磁场能量。
2. (本题 20 分) 在均匀电场 E_0 中置一半径为 a 的导体球。
(1) 用分离变量法计算电势 ϕ 分布；(2) 计算束缚电荷 σ 的分布。
3. (本题 10 分) 设有一个无限长矩形波导管，管壁为理想导体，如本题图所示(题图在本页下方)。其中有频率为 ω 的时谐电磁场。试列出其定解问题(即分别写出 E 和 B 的所满足的方程以及相应的边值关系)。
4. (本题 20 分) 设有一个振荡电偶极子 $p = p_0 e^{-i\omega t}$ ，求远处的 A 、 B 、 E 和平均能流密度(S)以及振荡电偶极子的发射功率 P 。
5. (本题 10 分) 在惯性系 S 中，已知 $t=0$ 时刻点电荷 q_1 位于原点并以匀速 $v=(v, 0, 0)$ 运动；点电荷 q_2 静止于 $(0, a, 0)$ 处。试分别计算此刻 q_1 和 q_2 所受的力。
6. (本题 15 分) 波长为 λ_0 的光子与静止的电子发生完全弹性碰撞，碰撞后光子的波长和散射角分别为 λ 和 θ 。试证： $\lambda = \lambda_0 + \lambda_C(1 - \cos\theta)$ 。其中 $\lambda_C = h/m_0c$ 为 Compton 波长， m_0 为电子的静止质量， h 为 Planck 常量。
7. (本题 10 分) 在惯性系 S 中，测得有一飞船 R 沿 x 轴正向匀速飞行，并处于 x 轴上的 A 、 B 两点之间， R 、 A 、 B 之间相去遥远， A 、 B 处分别静止着完全相同的检测雷达信号的仪器，如本题图所示(题图在本页下方)。 R 发出频率为 ω_0 的雷达信号被 A 、 B 接收，这两个仪器中有一个指示接收到的雷达信号的频率为 $2\omega_0$ 。(1) 接收到频率为 $2\omega_0$ 的仪器是 A 还是 B ？(2) R 的飞行速度是多少？(3) 另一个仪器接收到信号的频率是多少？



第 3 题题图



第 7 题题图

请指明使用的坐标系，画出必要的草图。

一. (28分) 说明位移电流和传导电流的区别, 说明麦克斯韦方程组的物理内容, 并写出它的积分形式和微分形式, 怎样根据麦克斯韦的电磁理论来预言电磁波的存在?

二. (20分) 在似稳电磁场情形下, 忽略位移电流. (1) 由真空中麦克斯韦方程组及规范条件 $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, 导出矢势 \mathbf{A} 和标势 ϕ 所满足的微分方程; (2) 写出(1)中所得微分方程在无界区域的特解, 将写出的特解和无界区域的静电标势、恒定磁场的矢势以及迟变电磁场的推迟势作一比较.

三. (12分) 有一半径为 a 的导体球, 它的中心位于两个均匀无限电介质的分界面上, 电介质的介电常数为 ϵ_1 和 ϵ_2 , 导体球的电荷为 q , 求电荷分布 ρ 及球面上自由电荷分布 σ 和束缚电荷分布 σ_p .

四. (16分) 一频率为 10^4 MHz 的横电波在真空的矩形波导内传播, 已知磁场的纵向分量为 $H_z = 10^{-3} \cos \frac{\pi}{2} x \cos \frac{\pi}{2} y e^{i\omega t - \gamma z}$ 安培/米, 而其传播常数为 $\gamma = i \frac{\sqrt{2}}{2} \pi$ 弧度/厘米, 式中 x 和 y 均以厘米计, 试求: (1) 波导内场的其它各分量的表示式; (2) 截止波长 λ_c 和截止频率 ω_c .

五. (24分) 设有一发光原子, 当其静止时, 辐射的光波波长为 λ_0 , 现该原子以等速 v 相对于惯性系 S 运动, 试求在该惯性系中沿 v 方向和垂直 v 方向传播的光波频率.

2000年北方交通大学电动力学考研真题

1999年北方交通大学电动力学考研真题

516

63

北方交通大学一九九九年硕士学位研究生入学考试试题

考试课程: 电动力学

共 1 页

一. 简答题(每题 12 分, 共 24 分):

1. 由 Maxwell 方程组导出真空中电磁场的波动方程, 并说明真空中一切电磁波都以光速 c 传播。
2. 简述“运动时钟延缓”和“运动尺度缩短”效应, 并用 Lorentz 公式说明之。

二. 证明题(每题 12 分, 共 36 分):

1. 写出介质界面上电磁场的边值关系, 并证明当两种绝缘介质的分界面上不带面自由电荷时, 电力线的曲折满足: $\frac{\tan \theta_2}{\tan \theta_1} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$, 其中 ϵ_1 和 ϵ_2 分别为两种介质的介电常数, θ_1 和 θ_2 分别为界面两侧电力线与法线的夹角。

2. 一均匀平面电磁波的电场和磁场可以表达为:

$$\vec{E}(x, y, z) = \vec{E}_0 e^{-ikr}, \quad \vec{H}(x, y, z) = \vec{H}_0 e^{-ikr}.$$

其中 r 为原点 O 到观察点 $P(x, y, z)$ 的矢径, \vec{k} 为波矢, \vec{E}_0 和 \vec{H}_0 是在原点的场量。

试从 Maxwell 方程证明上两式表达的平面波的 \vec{E}, \vec{H} 都在垂直于传播方向的平面内并且互相垂直。

3. 试用矢势 \vec{A} 表示一个沿 z 方向的均匀恒定磁场 \vec{B}_0 , 写出 \vec{A} 的两种不同表示式, 证明二者之差是无旋场。

三. 计算题(每题 20 分, 共 40 分):

1. 接地空心导体球的内外半径分别为 R_1 和 R_2 , 在球内离球心为 $a(a < R_1)$ 处置一点电荷 Q , 用电像法求电势。导体球上的感应电荷有多少? 分布在内表面还是外表面?

2. 已知矩形波导中 TE_{10} 波的电场为: $\vec{E} = \frac{i\omega\mu_0 a}{\pi} H_0 \vec{e}_y \sin \frac{\pi x}{a} e^{-ik_z z}$, \vec{e}_y 为 y 方向单

位矢量, 求: (1) 磁场 \vec{H} ; (2) 波导管壁上电流分布 $\vec{\alpha}$ 。