

目 录

2011 年河北工业大学 881 量子力学 (II) 考研真题.....	5
2010 年河北工业大学 881 量子力学 (II) 考研真题.....	7
2009 年河北工业大学 881 量子力学 (II) 考研真题.....	9
2008 年河北工业大学 881 量子力学 (II) 考研真题.....	11
2007 年河北工业大学 436 量子力学 (II) 考研真题.....	12

河北工业大学 2011 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 [A] 卷

科目名称 量子力学 (II) 科目代码 881 共 2 页

适用专业 材料物理与化学、材料学

注: 所有试题答案一律写在答题纸上, 答案写在试卷、草稿纸上一律无效。

一. 填空题 (共 25 分, 每题 5 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1. 光具有波粒二象性。人们是通过_____和_____两个关系式将光的波动性和粒子性联系起来的。两个等式的物理含义是:_____。
2. 阱宽为 a 的一维无限深势阱, 阱宽扩大一倍, 粒子质量缩小一倍, 则能级间距将_____倍。(请填写扩大或缩小及相应的倍数)
3. 单粒子量子态为 $\varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{q})$ 的两个费米子组成体系的波函数为:_____。
4. 在量子力学中, 体系的量子态用 Hilbert 空间中的_____来描述。而力学量用_____来描述。力学量算符必须为_____算符, 以保证其_____为实数。
5. 波函数的标准条件是:_____。什么是定态? 定态有什么性质?

二. 简答题 (共 30 分, 每题 10 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1. 指出下列实验中, 哪些实验表明了辐射场的粒子性? 哪些实验主要证明能量交换的量子性? 哪些实验主要表明物质粒子的波动性? 简述理由。(1) 光电效应, (2) 黑体辐射, (3) Compton 散射, (4) Davission-Germer 实验 (电子在晶体中发生衍射), (5) Frank-Hertz 实验。
2. 量子力学中描述电子状态的量子数一共有几个? 分别是什么? 并阐述它们的物理意义。
3. 量子力学中什么是表示力学量的算符? 什么是算符的本征值、本征函数和本征值方程。量子力学中的算符是如何从经典力学中获得的?

三. 证明题 (共 35 分, 第 1 题 15 分, 第 2 题 20 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1. 证明 1) 自由粒子的动量是运动恒量; 2) 粒子的角动量平方和角动量分量在势场中守恒 (设势函数为 $U(\mathbf{r})$)。
2. 粒子在一维势场 $V(x)$ 中运动, 请证明: 属于不同能级的束缚态波函数相互正交。

四. 计算题 (共 35 分, 第 1 题 15 分, 第 2 题 20 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1. 一维谐振子的哈密顿算符为:

$$H = \frac{1}{2m} P^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

x 与 p 满足基本对易关系: $[x, p] = xp - px = i\hbar$ 引入无量纲算符:

$$Q = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x, \quad P = \frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}} p, \quad a = \frac{1}{\sqrt{2}}(Q + iP), \quad a^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(Q - iP)$$

请计算 $[Q, P]$, $[a, a^+]$, $[a, a^+a]$, $[a^+, a^+a]$, 并将哈密顿算符 H 用 a 和 a^+ 表示。

2. 有一定域电子（作为近似模型，不考虑轨道运动）受到均匀磁场 B 作用，磁场指向 x 轴正方向，相互作用势 $\hat{H} = \frac{eB}{\mu c} \hat{S}_x$ ，设 $t=0$ 时电子自旋方向朝上，即 $s_z = \hbar/2$ ，求 $t>0$ 时自旋 \hat{S} 的平均值。

五. 论述推导题（共 25 分。答案一律写在答题纸上，否则无效。）：

1. 请论述微扰论的基本思想内容，并运用这一思想推导非简并态能级的二级微扰修正公式。推导过程需用下列假设。

设 $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}$ ， \hat{H} 为微扰项。 \hat{H} 的本征函数、本征值表示成：

$$\psi_n = \psi_n^{(0)} + \psi_n^{(1)} + \psi_n^{(2)} + \psi_n^{(3)} + \dots$$

$$E_n = E_n^{(0)} + E_n^{(1)} + E_n^{(2)} + E_n^{(3)} + \dots$$

式中右边各项分别表示零级近似、一级修正、二级修正、三级修正等等，规定 $\psi_n^{(0)}$ 是归一化的（ ψ_n 未归一化），并规定波函数的各修正项中不再包含 $\psi_n^{(0)}$ ，即各修正项均和 $\psi_n^{(0)}$ 正交。已知 ψ 的一级修正

$$\text{为： } \psi_n^{(1)} = \sum_k \frac{\hat{H}_{kn}}{E_n^{(0)} - E_k^{(0)}} \psi_k^{(0)} \text{ 其中 } \hat{H}_{kn} = \langle \psi_k^{(0)} | \hat{H} | \psi_n^{(0)} \rangle$$

河北工业大学 2010 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 [A] 卷

科目名称 量子力学 (II) 科目代码 881 共 2 页

适用专业、领域 材料物理与化学、材料学

注: 所有试题答案一律写在答题纸上, 答案写在试卷、草稿纸上一律无效。

一. 简答题 (共 50 分, 每题 10 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。):

- 下列实验哪些表明了辐射场的粒子性? 哪些实验主要证明能量交换的量子性? 哪些实验表明物质粒子的波动性? 简述理由。
(1) 光电效应; (2) 黑体辐射谱; (3) Franck-Hertz 实验; (4) Davisson-Germer 实验; (5) Compton 散射。
- 试述波函数的几率解释和经典波与微观粒子几率波的区别。
- 在 Na 光谱中主线系的第一条谱线 (钠黄线) 是由 3p-3s 之间的电子跃迁产生的, 但仔细观察可以发现, 这条谱线实际上由靠得很近的两条谱线组成。请利用初等量子力学中的一个基本假设来解释这一现象, 并简述量子力学中这一假设内容。
- 什么是量子力学的基本对易关系, 什么条件下两个算符对易? 并说明两个算符对易的充要条件。
- 不同表象之间的变换是一种什么变换? 在不同表象中不变的量有哪些?

二. 证明题 (共 35 分, 第 1 题 15 分, 第 2 题 20 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。):

- 对一维定态问题, 薛定谔方程为

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right] \psi(x) = E\psi(x)$$

证明: 当 $V(x) = V(-x)$ 时, 如无简并, 方程的解有确定的宇称。

- 由任意一对以归一化的共轭右矢和左矢构成的投影算符 $\hat{P} = |\Psi\rangle\langle\Psi|$,

试证明: (1) \hat{P} 是厄密算符; (2) 有 $\hat{P}^2 = \hat{P}$; (3) \hat{P} 的本征值为 0 和 1。

三. 计算题 (共 35 分, 第 1 题 15 分, 第 2 题 20 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。):

- 下列函数哪些是算符 $\frac{d^2}{dx^2}$ 的本征函数, 对应的本征值是什么?

① x^2 , ② e^x , ③ $\sin x$, ④ $3\cos x$, ⑤ $\sin x + \cos x$

2. 求在动表象中角动量 L_x 的矩阵元和 L_y^2 的矩阵元。

四. 论述推导题 (共 30 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。):

试述薛定谔方程建立的依据? 按上述依据, 以自由单粒子体系为例, 建立其薛定谔方程。总结建立任意体系的薛定谔方程的一般方法。

河北工业大学 2009 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 [B] 卷

科目名称 量子力学 (II) 科目代码 881 共 2 页

适用专业 材料物理与化学、材料学

注: 所有试题答案一律写在答题纸上, 答案写在试卷、草稿纸上一律无效。

一. 简答题 (共 50 分, 1-4 题每题 7 分; 5-6 题每题 11 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。):

1. 什么是全同性原理, 什么是费米子和玻色子?
2. 试述波函数的几率解释和经典波与微观粒子几率波的区别。
3. 电子轨道角动量和自旋角动量有什么区别和联系?
4. 什么是量子力学中的守恒量, 守恒量与定态的区别是什么?
5. 写出坐标算符, 动量算符, 能量算符, 角动量算符和哈密顿量算符。说明什么是算符的对易? 推导 \hat{L}_x 分别与 \hat{x}, \hat{y} 的对易关系。
6. 太阳能电池是当前绿色能源研究的热点课题之一, 请回答太阳能电池基于哪一种与量子相关的物理效应? 这一效应的内容是什么? 此效应中不能够用经典理论解释的特点和规律是什么?

二. 证明题 (共 35 分, 第 1 题 15 分, 第 2 题 20 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。):

1. 证明哈密顿算符为厄密算符 (考虑一维情况即可)
2. 粒子处于状态 $\psi(x) = \left(\frac{1}{2\pi\xi^2}\right)^{\frac{1}{2}} e^{\frac{i}{\hbar}p_0x - \frac{x^2}{4\xi^2}}$ 式中 ξ 为常数, 试证明测不准关系 $(\Delta x)^2 \cdot (\Delta p)^2 = \frac{\hbar^2}{4}$ 。

三. 计算题 (共 35 分, 第 1 题 15 分, 第 2 题 20 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。):

1. 粒子在一维 δ 势阱中的运动 $V(x) = -a\delta(x), (a > 0)$, 求粒子的束缚定态能级与相应的归一化定态波函数。

$$2. \text{ 已知电子的态函数为: } \psi(\vec{r}, s_z) = \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix} = R(r) \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{3}{5}}Y_{00} + \frac{1}{\sqrt{10}}Y_{11} + \frac{1}{\sqrt{10}}Y_{1-1} \\ \frac{1}{\sqrt{5}}Y_{10} \end{pmatrix}$$

其中, $R(r)$ 已归一化 $\int_0^\infty R^*(r)R(r)r^2 dr = 1$, 求:

- (1) 同时测量 L^2 为 $2\hbar^2$, L_z 为 \hbar 的几率。

(2) 电子自旋向上的几率。

(3) \hat{L}_z 和 \hat{S}_z 平均值。

(注意：首先要验证波函数是否归一化)

四. 论述推导题 (共 30 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

1. 试述微扰论的基本思想内容。

2. 一维谐振子的哈密顿量为 $\hat{H}^0 = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} kx^2$, 假设它处于基态, 若在加上一个弹力作用

$\hat{H}' = \frac{1}{2} bx^2$, 请使用微扰论计算 H' 对能量的一级修正。

3. 计算出本题中问题 2 的严格解, 通过和微扰论结果比较, 说明微扰论的意义和作用。

河北工业大学 2008 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 [B]

科目名称 量子力学 (II) 科目代码 881 共 1 页

适用专业 材料物理与化学、材料学

注: 所有试题答案一律写在答题纸上, 答案写在试卷、草稿纸上一律无效。

一、简答题 (共 30 分, 每题 6 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。):

1. 什么是光电效应? 什么是光电子?
2. 玻尔原子理论的量子化条件是什么?
3. 简述量子力学的态迭加原理?
4. 简述厄米算符本征函数的完备性?
5. 自旋角动量与其它力学量的根本差别是什么?

二、证明函数 $\Psi(x) = A \exp(-\frac{x^2}{2})$ 是算符 $\hat{H} = -\frac{d^2}{dx^2} + x^2$ 的一个本征函数, 并求出相应的本征值以及 x 在 $\Psi(x)$ 态中的平均值。(20 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

三、由任意一对已归一化的共轭右矢和左矢构成的投影算符 $\hat{p} = |\Psi\rangle\langle\Psi|$, 证明: (1) 算符 \hat{p} 是厄密算符; (2) $\hat{p}^2 = \hat{p}$; (3) 算符 \hat{p} 的本征值为 0 和 1。(25 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

四、算符 \hat{A} 、 \hat{B} 为厄密算符, 并且有 $\hat{A}^2 = \hat{B}^2 = 1$, $\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} = 0$, 求 (1) 算符 \hat{A} 、 \hat{B} 的本征值; (2) 在 A 表象下求算符 \hat{A} 、 \hat{B} 的矩阵表示。(25 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

五、指出下列算符哪个是厄米算符, 并说明其理由。(20 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

$$\frac{d}{dx}, \quad i\frac{d}{dx}, \quad 4\frac{d^2}{dx^2}$$

六、简述乌伦贝克和歌德斯密脱关于电子自旋的假设, 试求 $\hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ 的本征值和所属的本征函数。(30 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。)

河北工业大学 2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 [A]

科目名称 量子力学 (II) 科目代码 436 共 1 页

适用专业 材料物理与化学、材料学、材料加工工程

注: 所有试题答案一律写在答题纸上, 答案写在试卷、草稿纸上一律无效。

一、简答题 (共 30 分, 每题 5 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。):

1. 量子的概念是如何引进的?
2. 写出波函数的标准化条件。
3. 两个算符可对易的充要条件是什么?
4. 久期方程带来的好处是什么?
5. 简述泡利不相容原理。
6. 什么是费米子? 什么是玻色子?

二、证明题 (共 45 分, 第 1 题 20 分, 第 2 题 25 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。):

1. 如果 $[[A, B], A] = [[A, B], B] = 0$, 则 $e^A e^B = e^{A+B} e^{\frac{1}{2}[A, B]}$ 。
2. 在一维势场中运动的粒子, 势能对原点对称: $U(-x) = U(x)$, 证明粒子的定态波函数具有确定的宇称。

三、计算题 (共 45 分, 第 1 题 20 分, 第 2 题 25 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。):

1. 求算符 $\hat{F} = -ie^{ix} \frac{d}{dx}$ 的本征函数。
2. 已知在 \hat{L}^2 和 \hat{L}_z 的共同表象中, 算符 L_x 的矩阵为

$$L_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

求它的本征值和归一化的本征函数。最后将矩阵 L_x 对角化。

四、论述推导题 (共 30 分。答案一律写在答题纸上, 否则无效。):

写出薛定谔方程所要满足的条件, 并推导自由单粒子体系的薛定谔方程。