沈阳工业大学

2009年硕士研究生招生考试题签

（请考生将题答在答题册上，答在题签上无效）

一、（10分）判断题（每小题2分。对者画√，错者画×）

1、波函数的标准条件是单值、连续、有限。　[　]

2、若波函数$\psi(x)$描写的是束缚态，则$\psi(\infty)=\infty$。　[　]

3、若两个厄米算符对易，则它们必有共同的本征函数系。　[　]

4、Q表象的基底函数是由算符$\hat{Q}$的本征函数构成的。　[　]

5、描写多电子系统的波函数为反对称波函数。　[　]

二、（30分）填空题（每空3分）

1、一粒子处于波函数$\psi(x,y)$（已归一化）描写的状态上，则粒子出现在x—$x+dx$、y—$y+dy$区间内的几率为 ________ 。

2、若算符$\hat{A}=$ ________ ，则$\hat{A}$为厄米算符；厄米算符的本征值是 ________ 。

3、已知厄米算符$\hat{A}$、$\hat{B}$的对易式为$[\hat{A},\hat{B}]=i\hbar$（$\hbar$为正的实常数），则$\Delta A\Delta B\geq$ ________。

4、厄米算符$\hat{F}$的本征方程为$\hat{F}|n\rangle=f_n|n\rangle$（分立谱），且$\langle n|n'\rangle=\delta_{nn'}$。可知$\sum_n|n\rangle\langle n|=$ ______。

5、设一维线性谐振子的哈密顿算符$\hat{H}$的本征态为$|n\rangle$，$\hat{a}$为粒子的湮灭算符。可知$\hat{a}|n\rangle=$ ________。

6、一电子处于角动量平方算符$\hat{l}^2$、角动量z分量算符$\hat{l}_z$的共同本征态$Y_{21}(\theta,\varphi)$态上。在该态上，可知电子轨道角动量平方为 ________ ，电子轨道角动量z分量为 ________ 。

7、电子自旋角动量z分量算符$\hat{S}_z$有两个本征值，按由小到大的顺序，它们分别是 ______ 和 ________ 。

三、（20分）证明题

1、已知$\hat{l}_\pm=\hat{l}_x\pm i\,\hat{l}_y$，证明：$\hat{l}_+\hat{l}_-=\hat{l}_x^{\,2}+\hat{l}_y^{\,2}+\hbar\hat{l}_z$。（7分）

2、证明：厄米算符属于不同本征值的本征函数相正交。（只证分立谱情况）。（7分）

3、证明：幺正变换不改变力学量的平均值。（6分）

四、（15 分）粒子在一维无限深势阱中运动，并处于波函 $\psi(x)=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{2\pi}{a}x \quad (0<x<a)$ 描写的状态上，$\psi(x)$ 已归一化。

求：1、粒子在 $0<x<a$ 区间内出现几率最小的位置；（6 分）

2、粒子在 $\frac{a}{2}\sim\frac{3a}{4}$ 区间内出现的几率；（6 分）

3、粒子的几率流密度矢量。（3 分）

五、（15 分）一维线性谐振子，哈密顿算符 $\hat{H}$ 归一化的本征函数和本征值分别为

$$\psi_n(x)=\sqrt{\frac{\alpha}{2^n n!\ \sqrt{\pi}}}e^{-\frac{1}{2}\alpha^2x^2}H_n(\alpha x) \text{（} H_0(\alpha x)=1, H_1(\alpha x)=2\alpha x,\cdots\text{。），}$$

$$E_n=\left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega\text{，}\quad n=0,\ 1,\ 2,\cdots\text{。}$$

求：1、第二激发态上 $\hat{H}$ 的平均值；（3 分）

2、基态上谐振子出现几率最大的位置；（6 分）

3、基态上谐振子坐标 x 的平均值。（6 分）

六、（15 分）设 H_0 表象中，考虑微扰时 $H=\begin{bmatrix} E_1^{(0)} & 0 & a \\ 0 & E_2^{(0)} & b \\ a^* & b^* & E_3^{(0)} \end{bmatrix}$，式中 $E_1^{(0)}$、$E_2^{(0)}$、$E_3^{(0)}$ 互不相等，$\hat{H}_0$ 的本征函数为 $\psi_n^{(0)}$。试用微扰法

求：1、能级 E_1、E_2、E_3 至二级修正；（12 分）

2、波函数 ψ_2 至一级修正。（3 分）

七、（15 分）已知算符 $\hat{A}$ 在自身表象中的矩阵表示为 $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$，

求：1、$\hat{A}$ 的本征值；（3 分）

2、在自身表象中 $\hat{A}$ 的归一化的本征函数。（12 分）

八、（20分）氢原子在$t=0$时刻处于归一化的波函数

$$\Psi(\vec{r},0)=\sqrt{\frac{3}{8}}\psi_1(\vec{r})+\frac{1}{2}\psi_2(\vec{r})+\sqrt{\frac{3}{8}}\psi_3(\vec{r})$$

上，式中$\psi_n(\vec{r})$为氢原子的第n个能量本征态，能量本征值为$E_n=-\frac{me_s^4}{2\hbar^2n^2}$，$n$为主量子数。

1、在$t=0$时，求：

（1）能量的可能值；（5分）

（2）能量的取值几率；（5分）

（3）能量的平均值。（5分）

2、写出任意时刻t氢原子的波函数$\Psi(\vec{r},t)$。（5分）

九、（10分）已知$\hat{\sigma}_x$、$\hat{\sigma}_y$在σ_z表象中的矩阵表示分别为

$$\sigma_x=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix},\quad \sigma_y=\begin{bmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{bmatrix}。$$

在σ_z表象中，$\hat{\sigma}_y$相应其本征值为+1和−1的归一化的本征态分别为

$$C_{+1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\ \frac{i}{\sqrt{2}}\end{bmatrix},\quad C_{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\ -\frac{i}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}$$

1、求σ_y的厄米共轭矩阵；（2分）

2、求σ_x与σ_y对易式的矩阵表示；（4分）

3、写出从σ_z表象变换到σ_y表象的幺正矩阵S。（4分）