

2011 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 量子力学

第 1 页 共 3 页

一、(10 分) 判断题 (每小题 2 分。对者画 \checkmark , 错者画 \times)

- 1、若系统的哈密顿算符不显含时间, 则该系统处于定态。 []
- 2、若波函数 $\psi(x)$ 描写的是非束缚态, 则 $\psi(\infty) = 0$ 。 []
- 3、量子力学中的算符均为厄米算符。 []
- 4、连续谱的波函数 ψ 满足 $\langle \psi | \psi \rangle = 1$ 。 []
- 5、全同性原理是全同粒子体系波动性的体现。 []

二、(30 分) 填空题 (每空 3 分)

- 1、若波函数 $\psi(\vec{r}) = \psi(\vec{r})^*$, 则几率流密度矢量 $\vec{J} =$ _____。
- 2、若算符 $\hat{A} = \hat{A}^+$, 则 \hat{A} 为 _____; 该算符在任一态下的平均值是 _____。
- 3、已知 \hat{A} 、 \hat{B} 为厄米算符, 它们满足的不确定关系 $\Delta A \Delta B \geq$ _____。
- 4、在动量表象中, $\hat{p}_x =$ _____, \hat{p}_x 的本征值为 p' 的本征函数为 _____。
- 5、自旋角动量分量算符 \hat{S}_z 有 _____ 个本征值, 其中正的本征值为 _____。
- 6、由多个电子组成的系统为 _____ 系统, 描述该系统状态的波函数为 _____ 波函数。

三、(20 分) 证明题

- 1、证明: $[\hat{L}_+ + \hat{L}_z, \hat{L}_x] = \hbar \hat{L}_z + i\hbar \hat{L}_y$ 。(已知 $\hat{L}_+ = \hat{L}_x + i\hat{L}_y$) (7 分)
- 2、证明: 若 \hat{A} 、 \hat{B} 均为厄米算符, 则 $\hat{C} = \frac{1}{2i}(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A})$ 也为厄米算符。(7 分)
- 3、证明: 么正变换不改变波函数的归一化。(6 分)

四、(15 分) 粒子在一维无限深势阱中运动, 归一化的波函数为 $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x$ ($0 < x < a$;

$n = 1, 2, 3, \dots$)。

- 求: 1、粒子在基态上出现几率最大的位置; (5 分)
- 2、粒子在第一激发态上出现在 $0 \sim \frac{1}{4}a$ 区间内的几率; (5 分)
- 3、在 $\psi_n(x)$ 上粒子动量的平均值 \bar{p}_x 。(5 分)

2011 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 量子力学

第 2 页 共 3 页

五、(15 分) 一维线性谐振子, 哈密顿算符 \hat{H} 归一化的本征函数和本征值分别为

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{\alpha}{2^n n! \sqrt{\pi}}} e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2} H_n(\alpha x) \quad (H_0(\alpha x) = 1, H_1(\alpha x) = 2\alpha x, \dots),$$

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

- 求: 1、第四激发态上 \hat{H} 的本征值; (3 分)
 2、第六激发态上粒子数算符 \hat{N} 的本征值; (3 分)
 3、基态上谐振子动量的平均值 \bar{p}_x ; (5 分)
 4、坐标算符 \hat{x} 的矩阵元 $x_{23} = \langle \psi_2 | \hat{x} | \psi_3 \rangle = ?$ (4 分)

(已知递推公式: $x\psi_n(x) = \frac{1}{\alpha} \left[\sqrt{\frac{n}{2}} \psi_{n-1}(x) + \sqrt{\frac{n+1}{2}} \psi_{n+1}(x) \right]$)

六、(15 分) 设 $\hat{A}^\dagger = \hat{A}$, $\hat{A}^2 = 1$, 求:

- 1、 \hat{A} 的本征值; (5 分)
 2、在 A 表象中, \hat{A} 的矩阵表示; (3 分)
 3、在 A 表象中, \hat{A} 归一化的本征函数。 (7 分)

七、(15 分) 在 H_0 表象中, \hat{H}_0 的矩阵表示为 $H_0 = \begin{bmatrix} E_1^{(0)} & 0 & 0 \\ 0 & E_2^{(0)} & 0 \\ 0 & 0 & E_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, 考虑微扰时,

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 2\lambda & 0 \\ 2\lambda & 2+\lambda & 3\lambda \\ 0 & 3\lambda & 3+2\lambda \end{bmatrix}, \quad \hat{H}_0 \psi_n^{(0)} = E_n^{(0)} \psi_n^{(0)}. \quad \text{试用微扰法, 求能级 } E_1,$$

E_2 、 E_3 至二级修正。

八、(15 分) 设氢原子处于状态 $\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2} R_{21}(\bar{r}) Y_{11}(\theta, \varphi) - \frac{\sqrt{3}}{2} R_{21}(\bar{r}) Y_{10}(\theta, \varphi)$ 上, 在此态上测量时,

求: 1、氢原子能量 E 的可能值; (3 分)

2、电子轨道角动量平方 L^2 的可能值; (2 分)

2011 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 量子力学

第 3 页 共 3 页

九、(15 分) 已知 $\hat{\sigma}_x$ 和 $\hat{\sigma}_y$ 在 σ_z 表象中的矩阵表示分别为 $\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $\sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$ 。在 σ_z 表

象中, $\hat{\sigma}_y$ 归一化的本征函数的矩阵表示为 $\psi_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ i \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ 和 $\psi_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -i \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ 。

- 求: 1、 σ_x 的厄米共轭矩阵; (3 分)
- 2、 σ_x 与 σ_y 对易式的矩阵表示; (5 分)
- 3、自旋角动量分量算符 \hat{S}_x 的矩阵表示; (3 分)
- 4、从 σ_z 表象变换到 σ_y 表象的么正矩阵 S 。(4 分)