

中国科学院研究生院  
2007 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题  
科目名称：量子力学

考生须知：

1. 本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。

---

一、（共 30 分）在一维无限深方势阱 ( $0 < x < a$ ) 中运动的粒子受到微扰

$$H'(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a/3, & 2a/3 < x < a \\ -V_1, & a/3 < x < 2a/3 \end{cases}$$

作用。试求基态能量的一级修正。

二、（共 30 分）粒子在势场  $V(x)$  中运动并处于束缚定态  $\psi_n(x)$  中。试证明粒子所受势场作用力的平均值为零。

三、（共 30 分）

a) 考虑自旋为  $\frac{1}{2}$  的系统。试在  $\hat{s}^2, \hat{s}_z$  表象中求算符  $A\hat{s}_y + B\hat{s}_z$  的本征值及归一化的本征态。其中  $\hat{s}_y, \hat{s}_z$  是角动量算符，而  $A, B$  为实常数。

b) 假定此系统处于以上算符的一个本征态上，求测量  $\hat{s}_y$  得到结果为  $\frac{\hbar}{2}$  的概率。

四、（共 30 分）两个无相互作用的粒子置于一维无限深方势阱 ( $0 < x < a$ ) 中。对下列两种情况写出：两粒子体系可具有的两个最低总能量值，相应的简并度以及上述能级对应的所有二粒子波函数。

a) 两个自旋为  $\frac{1}{2}$  的可区分粒子；

b) 两个自旋为  $\frac{1}{2}$  的全同粒子。

五、（共 30 分）一个质量为  $m$  的粒子被限制在  $r = a$  和  $r = b$  的两个不可穿透的同心球面之间运动。不存在其它势，求粒子的基态能量和归一化波函数。