

---

# 北京科技大学

## 2012 年硕士学位研究生入学考试试题

---

试题编号: 876 试题名称: 量子力学 (共 3 页)

适用专业: 物理学

说明: 所有答案必须写在答题纸上, 做在试题或草稿纸上无效。

---

一) 选择题 (多选, 每题 5 分, 共 40 分)

- (1) 德布洛意的物质波假设用\_\_\_\_\_把粒子的波长和动量联系起来?  
A. 普朗克常数 B. 玻尔兹曼常数 C. 光速 D. 里德堡常数
- (2) 弗兰克-赫兹实验说明: \_\_\_\_\_。  
A. 原子中存在着确定的能级;  
B. 光的粒子性;  
C. 光的波动性;  
D. 角动量是量子化的;
- (3) 以下哪些实验说明存在着自旋: \_\_\_\_\_。  
A. 斯特恩-盖拉赫实验;  
B. 反常塞曼效应;  
C. 卢瑟福散射;  
D. 斯塔克效应;
- (4) 在量子力学中, 力学量 (或观测量) 用\_\_\_\_\_表示?  
A. 厄米算符 B. 么正算符 C. 泡利矩阵 D. 正交矩阵
- (5) 氢原子的基态能是: \_\_\_\_\_。  
A.  $-13.6\text{eV}$  B.  $13.6\text{eV}$  C.  $-6.8\text{eV}$  D.  $0\text{eV}$
- (6) 角动量大小是  $\sqrt{2}h$ , 角动量第三分量  $L_z$  的可能测量值是: \_\_\_\_\_。  
A.  $0h$  B.  $0h, \pm h$  C.  $0h, h$  D.  $0h, h, 2h$
- (7) 以下关于电子的陈述, 正确的是: \_\_\_\_\_。  
A. 电子的自旋是  $1/2$  B. 电子是玻色子 C. 电子是费米子 D. 电子的自旋是  $0$

---

(8) 对矩阵  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , 求解本征值问题, 本征值是: \_\_\_\_\_。

A. 1 B. -1 C.  $\pm 1$  D. 0

二) 填空题 (每空 5 分, 共 40 分)

(1) 请列举两个支持光具有波动性的实验: \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_; 请列举两个支持光具有粒子性的实验: \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_。

(2) 线性谐振子的振荡频率为  $\omega$ , 根据量子力学, 它的基态能是: \_\_\_\_\_。

(3) 粒子波函数是  $Ae^{i(kx-\omega t)}$ , 粒子的动量是: \_\_\_\_\_。

(4) 刚性转子的波函数是:  $Ae^{im\phi}$ , 这里  $\phi$  是转角, 归一化因子  $A$  是: \_\_\_\_\_。

(5) 物理系统由归一化波函数  $\psi(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{30}}(5Y_{4,3} + Y_{6,3} - 2Y_{6,0})$  描述, 这里  $Y_{l,m}(\theta, \varphi)$  是球谐函数。系统处在  $m=3$  态的几率是 \_\_\_\_\_。

三) 计算题 (每题 10 分, 共 70 分)

(1) 在位置表象下, 证明对易关系:  $[f(x), \hat{p}] = i\hbar \frac{df}{dx}$ 。

(2) 自旋 1/2 的粒子处在量子态  $\chi = A \begin{pmatrix} 1+i \\ 2 \end{pmatrix}$ , 这里  $A$  是归一化因子, 发现粒子处在  $S_z = \frac{\hbar}{2}$  的几率是多少?

(3) 一个电子处在宽度  $L$  的无限深势井的基态上, 现在井的左壁不动, 井右壁突然向右迅速移动, 使井宽变为  $2L$ , 求电子处在新基态的概率。

(4) 证明在  $L_z$  的任何一个本征态下,  $L_x$  的平均值为 0。对于  $L^2, L_z$  的共同本征态  $Y_{10}$ , 求  $L_x$  的可能测量值及相应概率。

---

(5) 对自旋的泡利矩阵, 证明:  $\exp\left(-\frac{i\sigma_y\pi}{2}\right) = -i\sigma_y$ 。

(6) 考虑两个自旋  $1/2$  粒子组成的系统, 处在态:  $|\psi\rangle = a|\uparrow\uparrow\rangle + b|\uparrow\downarrow\rangle + c|\downarrow\uparrow\rangle + d|\downarrow\downarrow\rangle$ , 这里:  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1$  (假设这里的  $abcd$  都是实数)。针对这个态测量力学量  $S^2$ , 这里的  $\hat{S}$  表示总自旋, 即:  $\hat{S} = \hat{S}_1 + \hat{S}_2$ 。

求: (i) 力学量  $S^2$  的可能测量值是多少; (ii) 对每个可能测量值, 它们的概率是多少。

(7) 考虑两个无相互作用的自旋为  $1/2$  的全同费米子, 在宽度为  $L$  的一维无限深势阱中运动, (i) 假设两费米子处于自旋单态, 求系统基态能及对应基态波函数, 基态的简并度是多少; (ii) 假设两费米子处于自旋三重态, 求系统基态能及对应基态波函数, 基态的简并度是多少。