

00五) 北京大学 量子力学

(60')

约化普朗克常量 $\hbar = ?$

氢原子、三维谐振子的简并度分别为?

一维谐振子第一激发态的节点数为? 那三维谐振子第一激发态的呢

已知 $\hat{L}_\pm = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y$, 试求 $[\hat{L}_+, \hat{L}_-]$, $[\hat{L}^2, \hat{L}_\pm]$.

求 $[\hat{p}, \frac{1}{r}]$, $[\hat{p}, r^2]$

分别在 x, p 表象中写出本征值为 x_0 的坐标波函数.

分别在 x, p 表象中写出本征值为 p_0 的动量波函数.

粒子处于势 $V(x) = m\omega^2 x^2/2$ 中, 试在动量表象中写出其薛定谔方程

求 \hat{L}_x, \hat{L}_y 的共同本征态.

在海利表象中求 $e^{i\hbar^{-1} \hat{p} x} \alpha$ (α 是 $S_z = \frac{\hbar}{2}$ 的自旋本征态)

40')

在自然单位制下, 已知相互作用势为 $V(x) = \frac{1}{2}(x-a)^2$, 能量本征值为 $\frac{13}{2}$, 在此能量本征态, 试求 $x, \hat{p}, x^2, \hat{p}^2$ 的平均值.

试证明 F-H 定理, 即 $\frac{\partial E_n}{\partial \lambda} = \langle \frac{\partial H}{\partial \lambda} \rangle_n$.

α, β 是自旋向上、向下态, 有归一化本征函数 $\psi = c_1 \alpha + c_2 \beta$, 试求算符 $\frac{5}{6} \hat{S}_y^2$ 在 ψ 态中的平均值.

已知波函数 $\psi(x) = \begin{cases} \sqrt{2\pi/b} \sin bx & (|x| \leq 2\pi/b) \\ 0 & (|x| > 2\pi/b) \end{cases}$, 试求动量本征值在 ψ 态

相应的几率振幅

试在自然单位下求解 $\frac{1}{r}, \frac{1}{r^2}$ 的平均值.

10')

薛定谔表象中, 坐标、动量算符用 \hat{x}_S, \hat{p}_S 表示, 试在海森堡表象中求解坐标、动量算符 \hat{x}_H, \hat{p}_H 的表达式, 要求用 \hat{x}_S, \hat{p}_S 表示.

22')

体系处于 $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ 的第 n 个本征态 ψ_n 中, 有两个自旋 $S=0$ 的全同粒子处于上述态中, 试求最低四个能量本征值、本征函数及其简并度.

有两个自旋 $S=\frac{1}{2}$ 的全同粒子, 处于 $V(x) = \begin{cases} m\omega^2 x^2/2 & x \geq 0 \\ \infty & x < 0 \end{cases}$ 的势场中, 试求最低四个能量本征值、本征函数及其简并度.

18')

(1 0 0)

2005年北大量子力学试题

一、简答题(60分)可直接写出结果。

1. 约化普朗克常量 $\hbar = ?$
2. 氢原子的简并度 $= ?$ 二维谐振子的简并度 $= ?$
3. 一维谐振子的第一激发态的节点个数? 三维谐振子的第一激发态的节点个数?
4. $L_z = i\hbar(x_2 \partial_1 - x_1 \partial_2)$, 求 $[L_z, L^2]$, $[L^2, L^2]$
5. 求 $[P, \frac{1}{r}]$, $[P, r^2]$
6. 在 x 表象中写出本征值为 a 的坐标波函数和动量波函数
7. 在 p 表象中写出本征值为 b 的坐标波函数和动量波函数
8. 求 x, y 的共同本征态。
9. 在泡利表象中求 $e^{i\frac{\pi}{4} S_y} \alpha$, α 是 $S_z = \frac{\hbar}{2}$ 的本征态。
10. 写出三维自由粒子的两组守恒量算符

二、解答题(40分)可直接写出结果。

1. 相互作用势 $V = \frac{1}{2}(x-a)^2$ 能量本征值 $\frac{13}{2}$, $m=1, \hbar=1$, 求 x, p, x^2, p^2 的平均值。
2. α, β 是自旋向上与向下态, 归一化本征函数 $\psi = c_1 \alpha + c_2 \beta$, 求算符 $\frac{1}{5} S_x + \frac{5}{8} S_y$ 在态 $|\psi\rangle$ 中的平均值。
3. $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{b}} \sin bx$ ($|x| \leq \frac{2b}{\pi}$) $|x| > \frac{2b}{\pi}$ $\psi(x,0) = 0$ 求动量的本征值及其相互几率幅。

4. 氢原子 $\frac{1}{r}, \frac{1}{r^2}$ 的平均值, 和径向动能 $m=1, \hbar=1, n=1$

三、(10分) 在薛定谔图像中 X, P 求在海森堡表象中 X_H, P_H (要求用 X_S, P_S 表示)。

7. (22分) (1) 体系处于 $V(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$ 的 $\psi_0(x)$ 中, 两个自旋 $S=0$ 的全同粒子处于上述势中, 最低四个能量本征值, 本征函数, 简并度。

(2) $V(x)$ 在 $x \leq 0$ 时是 0, 在 $x > 0$ 处 $V(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$ 两个自旋 $S=\frac{1}{2}$ 的全同粒子, 求最低四个能量本征值, 本征函数, 简并度。