目 录

说明：近年科目代码和科目名称为 813 量子力学（含原子物理），往年科目代码和科目名称为 814 量子力学。

西 北 师 范 大 学

试题附在试题袋内交回

2013 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目名称：量子力学　　科目代码：814

考试日期：2012 年 1 月　日

（答案一律做在答题纸上，做在试题上无效）　　（试题共 2 页）

一、　简要回答下列问题（每小题 6 分，共 30 分）

1. 什么是力学量完全集？
2. 态迭加原理与测不准原理有什么样的关系？
3. 黑体辐射的规律与经典物理的矛盾表现在哪里？
4. 关于电子自旋的两个假定的内容是什么？提出电子自旋假定的实验依据有哪些？
5. 在什么样的态下，测量力学量 $\hat{F}$ 具有确定值？

二、　（10 分）将中子限制在宽度为 10^{-14}m 的无限深势阱中，求能量的最小值。

三、　（15 分）镁原子的两个价电子被激发到 3p3d 态，在 LS 耦合下可形成哪些原子态？若激发能级满足洪特定则，判断能量最高的原子态。

四、　（15 分）如果力学量 $\hat{F}$ 和 $\hat{G}$ 对易，且它们的本征函数都是非简并的，证明 $\hat{F}$ 和 $\hat{G}$ 存在共同的本征函数且构成完全系。

五、　（20 分）角动量分量的本征函数具有形势 $e^{i\lambda\phi}$，讨论对 λ 取值的限定。

六、　（20 分）令 $\hat{l}_\pm=\hat{l}_x\pm i\hat{l}_y$，计算 $\hat{l}_+\hat{l}_-$ 和对易子 $\left[\hat{l}_z,\hat{l}_\pm\right]$。

七、　（20 分）$|lm\rangle$ 表示 $\vec{L}^2$、L_z 的共同本征态，在限定 l=1 的态矢量子空间中，$\hat{L}_y=\dfrac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}0 & -i & 0\\ i & 0 & -i\\ 0 & i & 0\end{bmatrix}$，求其本征值和本征矢量。

八、　（20 分）平面转子的哈密顿 $\hat{H}=\hat{L}_z^2/2I$，计算在 $\psi(\varphi)=A\cos^2\varphi$ 描述的状态下，$\hat{L}_z$ 和 $\hat{H}$ 的可能测量值及平均值。

附：几个基本物理常数

$\hbar=1.06\times10^{-34}$ J·s　　$c=3.00\times10^{8}$ m·s^{-1}　　$k=1.38\times10^{-23}$ J·K^{-1}

$e=1.60\times10^{-19}$ C　　$m_e=9.11\times10^{-31}$ kg　　$m_p=1.7*10^{-27}$kg

$R=1.097\times10^{7}$m^{-1}

对谐振子的能量本征态，波函数具有递推公式

$$\xi\psi_n(\xi)=\sqrt{{}^{n+1}\!/_2}\,\psi_{n+1}(\xi)+\sqrt{{}^{n}\!/_2}\,\psi_{n-1}(\xi)\qquad \frac{d}{d\xi}\psi_n(\xi)=-\sqrt{{}^{n+1}\!/_2}\,\psi_{n+1}(\xi)+\sqrt{{}^{n}\!/_2}\,\psi_{n-1}(\xi)$$

$l=0$ 和 $l=1$ 的四个球谐函数是

$Y_{00}=\sqrt{1/4\pi}$，$Y_{10}=\sqrt{1/4\pi}\cos\theta$，

$Y_{11}=\sqrt{3/8\pi}\sin\theta\cdot e^{i\varphi}$，$Y_{1-1}=\sqrt{3/8\pi}\sin\theta\cdot e^{-i\varphi}$

积分公式：

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax}dx={n!}/{a^{n+1}}$$

$$\int_0^\infty x^{2n}e^{-ax^2}dx=\frac{1\cdot3\cdot5\cdots(2n-1)}{2^{n+1}a^n}\sqrt{\pi/a}$$

$$\int_0^\infty e^{-x^2}dx={\sqrt{\pi}}/{2}$$

西 北 师 范 大 学

试题附在试题袋内交回

2014 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目名称：量子力学(含原子物理)　科目代码：813

考试日期：2014 年 1 月　日

（答案一律做在答题纸上，做在试题上无效）　（试题共 2 页）

一．简要回答：

（A）量子力学不确定原理的物理内容是什么(以坐标 **x** 和动量 **p** 为例)？你能由此解释为何量子力学中不容许有经典力学轨道的概念吗？能解释为何原子中绕原子核运动的电子不会因电磁辐射而坠入原子核中吗？（10 分）

（B）量子力学中的波函数 $\Psi(x,t)$有什么数学性质？它和概率密度和概率流的关系是什么？（10 分）

（C）量子力学中，为什么物理可观察量对应的算符是厄米算符？能举例说明厄米算符不同本征值对应的本征函数的特点吗？（10 分）

二．设一个质量为 $m=200\mathrm{MeV}/c^2$ 的粒子在无限深势阱（$V=0$，当$|x|<R$），$V=+\infty$，当$|x|>R$）中运动。试求出该粒子的本征能谱和本征函数，并计算 $R=1\mathrm{fm}$ 时该粒子的基态能量。(20 分)

三．设 CO 分子的转动可以由一个量子刚性转子近似，刚性转子的哈密顿由经典能量 $H=\mathbf{L}^2/(2I)$量子化得到，**L** 为转子角动量算符，I 为转子转动惯量(常数)。测量得知 CO 分子的 $l=0$ 到 $l=1$ 转动跃迁发生在 1.15×10^{11}Hz，计算 CO 分子的转动惯量。(20 分)

四．证明一个粒子的轨道角动量的平方 $\mathbf{L}^2$ 和每个分量 L_z 是对易的；选取$(\mathbf{L}^2,L_z)$表象，其共同本征态为球谐函数 Y_{lm}（$m=-l,\ldots,l$），求 L_x 在该表象下的 $l=1$ 子空间（基为 $Y_{1,-1}$，$Y_{1,0},Y_{1,1}$）矩阵表达式(3×3 形式)。提示：利用升降算符 $L_\pm=L_x\pm iL_y$ 的性质 $L_\pm Y_{lm}=\hbar[l(l+1)-m(m\pm1)]^{1/2}\,Y_{lm}$。(20 分)

五．求线性谐振子偶极跃迁（引起跃迁的哈密顿算符～Qx）的选择定则,其中 x 是一维坐标算符，Q 是偶极子电量。（20 分）

六．量子力学中束缚态具有分立能量谱，其定态波函数是归一的（总概率为 1）试用该性质和波函数的连续性质证明束缚态波函数在无穷远处为零（粒子做有限运动)。（20 分）

七．在类氢原子中，电子和核的库仑相互作用能为$V(r)=-Ze^2/r$，当核电荷由 Ze 变为（Z+1）e 时（β 衰变），试用微扰论（微扰哈密顿为 $H'=-e^2/r$）计算原子基态能级的一级变化，并与严格能级解比较。（20 分）

$c=$光速$=2.998\times10^8 m/s$

$\hbar=h/(2\pi)=1.055\times10^{-34}J\cdot s=0.658\times10^{-15}eV\cdot s$

$\hbar c=197MeV\cdot fm$，1fm=10^{-14}m

西　北　师　范　大　学　试题附在试题袋内交回

2015 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目名称：量子力学　　　科目代码：813

考试日期：2014 年 12 月　日

（答案一律做在答题纸上，做在试题上无效）　　（试题共 2 页）

一、　简要回答下列问题（每小题 6 分，共 30 分）

1. 对于两电子体系，满足交换对称性的自旋波函数有哪些?它们对应的 $\hat{S}^2$ 和 $\hat{S}_z$ 的本征值是多少?
2. 能够用微扰法求解微观体系运动的条件是什么？
3. 碱金属光谱的精细结构是如何引起的？分裂能级决定于哪些量子数？
4. 什么是定态？对于一维束缚态，定态具有哪些重要性质？
5. 两个力学量 $\hat{F}$ 和 $\hat{G}$ 能够同时有确定值的条件是什么？

二、　（15 分）$\psi_1(x)$ 和 $\psi_2(x)$ 均已归一化，但不正交。构造 $\psi_2'(x)$ 使其与 $\psi_1(x)$ 正交并归一化。

三、　（15 分）试以一个 s 电子和一个 p 电子的耦合为例，说明无论是 LS 耦合还是 jj 耦合都给出同样数目的可能状态。

四、　（15 分）如果 $\hat{F}\varphi_n(x)=\lambda_n\varphi_n(x)$，$\psi(x)=\sum_n c_n\varphi_n(x)$。

证明 $\int\psi^*(x)\hat{F}\psi(x)dx=\sum_n|c_n|^2\lambda_n$

五、　（15 分）写出粒子在一维无限深势阱 $[0,a]$ 中运动的能级和波函数；求第二激发态下粒子在 $x={a}/{4}$ 处出现的几率。当能级量子数 $n\to 0$，粒子在 $x=\left[0,{a}/{4}\right]$ 处出现的几率是多大?

六、　（20 分）对于一维运动 $\hat{H}={\hat{p}^2}/{2m}+V(x)$，计算对易子 $\left[\hat{H},x\hat{p}\right]$。

七、　（20 分）求 $\hat{\sigma}_x=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$ 的本征值及本征函数，并求出在自旋态 $\chi_{1/2}(s_z)$ 下 $\overline{\left(\hat{S}_x-\bar{S}_x\right)^2}$。

八、 （20 分）设氢原子的波函数是

$$\psi = A\left(\sqrt{2}\chi_{1/2}(s_z)R_{31}(r)Y_{10}(\theta,\phi) + \chi_{-1/2}(s_z)R_{32}(r)Y_{2\text{-}1}(\theta,\phi)\right)$$

将波函数归一化并求出该态下电子总角动量 $\hat{J}_z$ 和总磁矩 $\hat{M}_z$ 的平均值。

附：几个基本物理常数

$\hbar$ =1.06×10^{-34} J·s c=3.00×10^{8} m·s^{-1} k=1.38×10^{-23} J·K^{-1}

e=1.60×10^{-19} C m_e=9.11×10^{-31} kg m_p=1.7*10^{-27}kg

$l=0$ 和 $l=1$ 的四个球谐函数

$Y_{00} = \sqrt{1/4\pi}$ ， $Y_{10} = \sqrt{1/4\pi}\cos\theta$ ，

$Y_{11} = \sqrt{3/8\pi}\sin\theta\cdot e^{i\varphi}$ ， $Y_{1-1} = \sqrt{3/8\pi}\sin\theta\cdot e^{-i\varphi}$

对谐振子的能量本征态，波函数具有递推公式（ $\xi=\alpha x, \alpha=\sqrt{m\omega/\hbar}$ ）

$$\xi\psi_n(\xi) = \sqrt{\tfrac{n+1}{2}}\psi_{n+1}(\xi) + \sqrt{\tfrac{n}{2}}\psi_{n-1}(\xi) \qquad \frac{d}{d\xi}\psi_n(\xi) = -\sqrt{\tfrac{n+1}{2}}\psi_{n+1}(\xi) + \sqrt{\tfrac{n}{2}}\psi_{n-1}(\xi)$$

几个积分公式：

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax}dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$\int_0^\infty x^{2n} e^{-ax^2}dx = \frac{1\cdot3\cdot5\cdots(2n-1)}{2^{n+1}a^n}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$\int_0^\infty e^{-x^2}dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$