

目 录

2012 年南京航空航天大学 618 量子力学考研真题.....	4
2013 年南京航空航天大学 618 量子力学考研真题.....	5
2014 年南京航空航天大学 618 量子力学考研真题.....	6
2015 年南京航空航天大学 618 量子力学考研真题.....	8
2016 年南京航空航天大学 618 量子力学考研真题.....	10
2017 年南京航空航天大学 618 量子力学考研真题.....	12
2018 年南京航空航天大学 618 量子力学考研真题.....	14

南京航空航天大学

2012 年硕士研究生入学考试初试试题 (A 卷)

科目代码: 618 科目名称: 量子力学 满分: 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、简答题 (本题 30 分, 每小题 15 分)

- ①光电效应哪些现象是经典理论不能解释的?
- ②举一个实验说明微观粒子具有波粒二象性。

二、(本题 30 分, 每小题 15 分)

- ① 写出氢原子的束缚态能级 E_n 、所有量子数以及这些量子数取值范围, 并求能级 E_n 简并度;
- ②若氢原子处于状态 $\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2} R_{2,1}(r) Y_{1,0}(\theta, \varphi) - \frac{\sqrt{3}}{2} R_{2,1}(r) Y_{1,-1}(\theta, \varphi)$,
问上述量子数, 哪些有确定值? 那些没有? 有确定值的给出其数值; 没有确定值的给出其可能值以及出现几率, 并求对应物理量平均值。

三、(本题 30 分)

一维谐振子的哈密顿量为 $H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} kx^2$, 假设它处于基态, 若在加上一个弹力作用 $H' = \frac{1}{2} bx^2$, 使用微扰论计算 H' 对能量的一级修正, 并与严格解比较。

四、(本题 30 分, 每小题 15 分) 如果算符 $\hat{\alpha}$ 、 $\hat{\beta}$ 满足关系式 $\hat{\alpha}\hat{\beta} - \hat{\beta}\hat{\alpha} = 1$, 求证:

$$\textcircled{1} \hat{\alpha}\hat{\beta}^2 - \hat{\beta}^2\hat{\alpha} = 2\hat{\beta} \quad \textcircled{2} \hat{\alpha}\hat{\beta}^3 - \hat{\beta}^3\hat{\alpha} = 3\hat{\beta}^2$$

五、(本题 30 分, 每小题 15 分)

一个质量为 m 的粒子被限制在 $0 \leq x \leq a$ 的一维无限深势阱中, 初始时刻其归一化

波函数为 $\psi(x, 0) = \sqrt{\frac{8}{5a}} \left(1 + \cos \frac{\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi x}{a}$, 求:

- ① $t > 0$ 时粒子的状态波函数;
- ②在 $t = 0$ 与 $t > 0$ 时在势阱的左半部发现粒子的概率是多少。

南京航空航天大学

2013 年硕士研究生入学考试初试试题 (A 卷)

科目代码: 618

满分: 150 分

科目名称: 量子力学

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、简答题 (本题 30 分, 每小题 15 分)

- ① 如果波函数 ψ 不是力学量 \hat{F} 的本征态, 那么在态 ψ 中测量 \hat{F} 会发生什么情况?
- ② 什么是定态? 它有何特性?

二、 $\hat{A} = (\hat{A}_x, \hat{A}_y, \hat{A}_z)$ 、 $\hat{B} = (\hat{B}_x, \hat{B}_y, \hat{B}_z)$ 是与泡利算符 $\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)$ 对易的任意矢量算符, 证明 $(\hat{A} \cdot \hat{\sigma})(\hat{B} \cdot \hat{\sigma}) = \hat{A} \cdot \hat{B} + i\hat{\sigma}(\hat{A} \times \hat{B})$ 。(本题 30 分)

三、质量为 m 的一维体系哈密顿量为 $H = p^2/2m + V(x)$, 其中 $V(x) = V_0 x^{2n}$, $V_0 > 0$ 是常数、 n 为自然数。设 $\psi_n(x)$ 为 H 的本征函数:

- ① 证明动量算符在 $\psi_n(x)$ 态中的平均值为零;
- ② 求在态 $\psi_n(x)$ 中动能平均值和势能平均值之间的关系。(本题 30 分, 每小题 15 分)

四、二维谐振子哈密顿量为 $H_0 = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2) + \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2)$, 其中 m 为质量, ω 为圆频率。现该谐振子受到一外势 $V(x,y) = \lambda m\omega^2 xy$ 作用, 其中 $0 < \lambda \ll 1$ 是无量纲的常数, 试求解该体系的基态能量与波函数。(若采用微扰论求解, 能量、波函数分别要求精确到二级、一级微扰。)(本题 30 分)

五、在 $t=0$ 时, 氢原子的波函数 $\Psi(\mathbf{r}, 0) = \frac{1}{\sqrt{10}}[2\psi_{100} + \psi_{210} + \sqrt{2}\psi_{211} + \sqrt{3}\psi_{21-1}]$ 式中波函数的下标分别为量子数 n, l, m 的值, 忽略自旋和辐射跃迁。(本题 30 分, 每小题 15 分)

- ① 该体系的能量期待值是多少?
- ② 在 t 时刻体系处在 $l=1, m=1$ 态的几率是多少?

南京航空航天大学

2014 年硕士研究生入学考试初试试题 (A 卷)

科目代码: 618

满分: 150 分

科目名称: 量子力学

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、简答题 (本题 45 分, 每小题 15 分)

- ①写出氢原子、一维简谐振子、一维无限深势阱的能级, 并用示意图表示。
- ②证明: 定态波函数 $\psi(x)$ 总可以取作实数的。
- ③能量本征态有可能是角动量 \hat{L}^2 的本征态吗? 有可能是 \hat{L}_z 的本征态吗? 请回答为什么并举例说明。

二、在一维无限深势阱中, 一个粒子的初始波函数由前两个定态迭加而成: $\Psi(x,0)=A[\psi_1(x)+\psi_2(x)]$ 。为了简化计算可令 $\omega=\pi^2\hbar/2ma^2$ 。

- ①归一化 $\Psi(x,0)$, 并求 $\Psi(x,t)$ 和 $|\Psi(x,t)|^2$, 把后者用时间的正弦函数展开。
- ②计算 $\langle x \rangle$ 、 $\langle p \rangle$ 的值。它们是随时间振荡的, 角频率是多少? 振幅是多少?
- ③测量粒子的能量, 可能得到什么值? 得到各个值的几率是多少? 求出 \hat{H} 的期望值。并与 E_1 和 E_2 比较。(本题 20 分)

三、质量为 m 的粒子在一维线性谐振子势: $V(x)=m\omega^2x^2/2$ 中运动。在占有数表象中哈密顿量可写为 $\hat{H}=\left(\hat{a}'\hat{a}+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega$ 。这里 $\hat{a}'=\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(\hat{x}-\frac{i}{m\omega}\hat{p}\right)$, $\hat{a}=\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(\hat{x}+\frac{i}{m\omega}\hat{p}\right)$

分别为升、降算符。已知谐振子基态波函数为: $\psi_0(x)=\sqrt{\frac{m\omega}{\pi\hbar}}e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}}$

- ①利用升算符性质: $\hat{a}'\psi_n(x)=\sqrt{n+1}\psi_{n+1}(x)$, 求谐振子第一激发态的波函数;
- ②假设粒子处在基态 $\psi_0(x)$, 突然改变谐振子的“振动频率”为 $\omega'=2\omega$, 粒子新的基态能是多少? 新的基态波函数是什么?
- ③假设这时粒子波函数仍然保持 $\psi_0(x)$ 不变, 此时测量粒子能量, 发现粒子能量取新的基态能的几率是多少? (本题 25 分)

四、在 $t=0$ 时，氢原子的波函数 $\Psi(\mathbf{r}, 0) = \frac{1}{\sqrt{10}}[2\psi_{100} + \psi_{210} + \sqrt{2}\psi_{211} + \sqrt{3}\psi_{21-1}]$ 式中波函数的下标分别为量子数 n, l, m 的值，忽略自旋和辐射跃迁。

①写出在 t 时刻的波函数；

②在 $t=0$ 时振子能量的平均值是多少？ $t=1$ 秒时呢？(本题 20 分)

五、电子静止在一振荡磁场 $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t)\vec{k}$ 中，其哈密顿量写作 $\hat{H} = -\gamma\vec{B} \cdot \hat{\vec{S}}$ ，其中 $\hat{\vec{S}}$ 为自旋角动量， γ (旋磁比)、 B_0 (磁场振幅) 和 ω (振荡圆频率) 为三个常数。

①构造这个体系的哈密顿矩阵。

②电子的初始态 $t=0$ 时为处于 x 轴方向上的上自旋态，即： $\chi(t) = \chi_0^{(+)}$ 。确定以后任意时刻的 $\chi(t)$

③ 如果测量 S_x ，求出得到 $-\hbar/2$ 的几率。

④ 迫使 S_x 完全翻转所需要的最小磁场 B_0 是多大？(本题 20 分)

六、粒子在二维无限深方势阱中运动， $V = \begin{cases} 0, & 0 < x, y < a \\ \infty, & \text{其他} \end{cases}$ 。加上微扰 $H' = \lambda xy$ 。求基态、第一激发态能级的一级微扰修正。(本题 20 分)

南京航空航天大学

2015 年硕士研究生入学考试初试试题 (A 卷)

科目代码: 618

满分: 150 分

科目名称: 量子力学

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、简答题(20 分, 每题 10 分)

①证明: 薛定谔方程中如果 $V(x)$ 是偶函数, 即 $V(-x)=V(x)$, 那么波函数 $\psi(x)$ 总可以取作偶函数或奇函数。

②经典物理中一个矢量 \vec{r} 与自身的矢量积(叉乘)恒为零 $\vec{r} \times \vec{r} = 0$, 对于量子力学中矢量算符这一结论仍然普遍成立吗? 试举例说明。

二、如果算符 \hat{P} 满足等幂性, 即 $\hat{P}^2 = \hat{P}$, 那么我们称为 \hat{P} 投影算符, 试证明两投影算符 \hat{P}_1 、 \hat{P}_2 之和 $\hat{P}_1 + \hat{P}_2$ 也为为投影算符的重要条件为这两个投影算符对易 $[\hat{P}_1, \hat{P}_2] = 0$ 。(20 分)

三、质量为 m 的粒子在一维无限深方势阱 $V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a \\ \infty, & \text{others} \end{cases}$ 中运动,

①若已知 $t=0$ 时, 该粒子状态为 $\psi(x,0) = \sqrt{\frac{1}{a}} \left(1 + \cos \frac{\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi x}{a}$, 求 $t>0$ 时刻该

粒子的波函数;

②求 $t>0$ 时刻测量到粒子的能量为 $\frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{2ma^2}$ 的几率是多少?

③求 $t>0$ 时刻粒子的平均能量 \bar{E} 和平均位置 \bar{x} 。(30 分)

四、质量为 m 、电荷为 q 的粒子在三维各向同性谐振子势 $V(r) = m\omega^2(x^2 + y^2 + z^2)/2$ 中运动，同时受到一个沿 x 方向的均匀常电场 $E = E_0 xi$ 作用。求粒子的能量本征值和第一激发态的简并度。此时轨道角动量是否守恒？如回答是，则请写出此守恒力学量的表达式。(30分)

五、设氢原子处于状态 $\Psi(r, \theta, \varphi, s_z) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} R_{21}(r)Y_{11}(\theta, \varphi) \\ -\sqrt{3}R_{21}(r)Y_{10}(\theta, \varphi) \end{pmatrix}$

①求轨道角动量 z 分量 \hat{L}_z 和自旋角动量 z 分量 σ_z 的平均值；

②求总磁矩 $\hat{M} = -\frac{e}{2\mu} \hat{L} - \frac{e}{\mu} \hat{S}$ 的 z 分量的平均值。(20分)

六、一个二能级系统，哈密顿量为 \hat{H} ，能级大小间隔为 E_0 ，现在此系统受到一个微扰 \hat{H}' 。在 \hat{H} 表象中， \hat{H}' 的表示为 $H' = \lambda(\sigma_x + \sigma_y)$ ，其中 σ_x 、 σ_y 是泡利矩阵， λ 为实数。请算出系统受微扰后的能级间隔(精确到二级微扰修正)。(30分)

南京航空航天大学

2016 年硕士研究生招生考试初试试题 (A 卷)

科目代码: 618

满分: 150 分

科目名称: 量子力学

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

说明: 共 6 道大题, 无选择题、填空题, 满分 150。

一、简答题(20 分, 每题 10 分)

①什么是束缚态? 它有何特性? 束缚态是否必为定态? 定态是否必为束缚态? 举例说明。

②球形对称势场中, 角动量本征函数是否可以为非球对称? 概率密度呢?

二、给定 (θ, φ) 方向的单位矢量 $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z) = (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta)$ 以及泡利矩阵 $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$, 求 $\sigma_n = \vec{\sigma} \cdot \vec{n}$ 的本征值和本征函数。(20 分)

三、一个质量为 m 的粒子在下面的无限深方势阱 $V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a \\ \infty, & \text{others} \end{cases}$ 中运动,

开始时($t = 0$), 系统处于状态 $\psi(x) = A \sin(\pi x/2a) \cos^3(\pi x/2a)$, 其中 A 为常数。求出 t 时刻系统: (30 分)

①处于基态的几率; ②能量平均值; ③动量平均值; ④动量均方差根。

四、求电子氢原子基态时 $\langle r \rangle$ 、和 $\langle r^2 \rangle$ 。

(氢原子基态为 $\psi_{100}(r, \theta, \varphi) = e^{-r/a} / \sqrt{\pi a^3}$) (20 分)

五、设有哈密顿量 $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + \sqrt{2m\hbar\omega^3}x$ ，求：

- ① H 的能谱；
- ② H 的基态和第一激发态的归一化波函数；
- ③ 估计基态处于区间 $[0, \sqrt{\hbar/m\omega}]$ 几率。(30 分)

六、考虑一个二维谐振子(取自然单位) $H = (p_x^2 + p_y^2 + x^2 + y^2)/2$ 。已知其最低三个能量本征态为 $\psi_{00} = \sqrt{1/\pi}e^{-(x^2+y^2)/2}$, $\psi_{10} = \sqrt{2/\pi}xe^{-(x^2+y^2)/2}$, $\psi_{01} = \sqrt{2/\pi}ye^{-(x^2+y^2)/2}$ 。设有一微扰 $V(x,y) = \varepsilon xy(x^2 + y^2)$ 这里 $(\varepsilon \ll 1)$ ，试对上述态计算由 $V(x,y)$ 引起的能量一级微扰修正。(30 分)

南京航空航天大学

2017 年硕士研究生入学考试初试试题 (A 卷)

科目代码: 618

科目名称: 量子力学

满分: 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

共 6 道大题, 无选择题、填空题, 满分 150。

一、简答题(20 分, 每题 10 分)

- ①一维定态解包括几个量子数? 量子数数目取决于什么?
- ②论述电子具有自旋的理论论据与实验论据

二、 $\hat{A} = (\hat{A}_x, \hat{A}_y, \hat{A}_z)$ 、 $\hat{B} = (\hat{B}_x, \hat{B}_y, \hat{B}_z)$ 是与泡利算符 $\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)$ 对易的任意矢量算符, 证明 $(\hat{A} \cdot \hat{\sigma})(\hat{B} \cdot \hat{\sigma}) = \hat{A} \cdot \hat{B} + i\hat{\sigma}(\hat{A} \times \hat{B})$ 。(20 分)

三、质量为 m 的粒子在一维无限深方势阱 $V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a \\ \infty, & \text{others} \end{cases}$ 中运动,

- ① 求解能量本征值 E_n 和归一化的本征函数 $\psi_n(x)$;
- ② 若已知 $t=0$ 时, 该粒子状态为 $\psi(x,0) = \sqrt{\frac{2}{a}} \left(\sqrt{\frac{2}{5}} + \sqrt{\frac{12}{5}} \cos \frac{\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi x}{a}$, 求 $t>0$ 时刻该粒子的波函数;
- ③ 求 $t>0$ 时刻测量到粒子的基态和第一激发态能量的几率是多少?
- ④ 求 $t>0$ 时刻粒子的平均能量 \bar{E} 和平均位置 \bar{x} 。(30 分)

四、一个处于谐振子势的粒子的初始态为： $\Psi(x,0) = A[3\psi_0(x) + 4\psi_1(x)]$ (30 分)

- ① 归一化 $\Psi(x,0)$ ，并求 $\Psi(x,t)$ 和 $|\Psi(x,t)|^2$
- ② 在 $\Psi(x,t)$ 下计算 $\langle x \rangle$ 和 $\langle p \rangle$ 的值。用 $\psi_2(x)$ 代替 $\psi_1(x)$ ，结果会怎样？
- ③ 如果测量这个粒子的能量，有哪些可能值？出现的几率是多少？

五、求电子氢原子基态时 $\langle x \rangle$ 、和 $\langle x^2 \rangle$ 。(氢原子基态为 $\psi_{100}(r,\theta,\varphi) = e^{-r/a} / \sqrt{\pi a^3}$)

提示：利用基态对称性，以及 $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ (20 分)

六、 设一微观体系哈密顿量为 $H = H_0 + H'$ 其中 H' 为微扰，在一个由正交归一函数作为基的表象中 $H_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ ， $H' = \begin{pmatrix} 0 & c & 0 \\ c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$ ，其中 c 是常数。

- ① 求 H 的精确本征值；
- ② 求 H 的准确到微扰二级修正的本征值；
- ③ 比较 ① 和 ② 的结果，指出其间关系。(30 分)

南京航空航天大学

2018 年硕士研究生入学考试初试试题 (A 卷)

科目代码: 618

科目名称: 量子力学

满分: 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

共 5 道大题, 无选择题、填空题, 满分 150。

一、简答题 (30 分, 每题 10 分)

- ① 若两个算符有一个共同本征态, 这两个算符是否彼此对易? 若两个算符彼此不对易, 是否会有共同本征态? 举例说明。
- ② c_1 、 c_2 是彼此不相等的两个复常数, 波函数 ψ 与 $c_1\psi_1$ 是否描述同一状态? 波函数 $\psi_1 + \psi_2$ 与 $c_1\psi_1 + c_2\psi_2$ 是否描述同一状态? 举例说明。
- ③ 一中性原子束通过 Stern-Gerlach 装置后, 变为五束等间距原子束, 解释该现象。

二、已知 \hat{a}_1^+ 、 \hat{a}_1 、 \hat{a}_2^+ 、 \hat{a}_2 分别为两谐振子的升降算符, 满足 $[\hat{a}_1, \hat{a}_2] = [\hat{a}_1^+, \hat{a}_2^+] = 0$, 由此构造

$$\hat{J}_x \equiv \frac{1}{2}(\hat{a}_1^+ \hat{a}_2 + \hat{a}_2^+ \hat{a}_1), \quad \hat{J}_y \equiv \frac{1}{2}(\hat{a}_1^+ \hat{a}_2 - \hat{a}_2^+ \hat{a}_1), \quad \hat{J}_z \equiv \frac{1}{2}(\hat{a}_2^+ \hat{a}_2 - \hat{a}_1^+ \hat{a}_1)$$

求: ① 求 J_x 、 J_y 、 J_z 两两之间的对易关系。(20 分)

② 用 \hat{a}_1^+ 、 \hat{a}_1 、 \hat{a}_2^+ 、 \hat{a}_2 表示 $\hat{J}^2 \equiv \hat{J}_x^2 + \hat{J}_y^2 + \hat{J}_z^2$ (10 分)

三、中微子的两种能量本征态为 ψ_1 和 ψ_2 , 对应能量本征值分别为 $E_i = (p^2 c^2 + m_i^2 c^4)^{1/2} / pc$ ($i=1,2$), 电子中微子本征态为 $\psi_e = \cos\theta\psi_1 + \sin\theta\psi_2$, μ 子中微子本征态为 $\psi_\mu = -\sin\theta\psi_1 + \cos\theta\psi_2$, 其中 θ 是混合角。某体系在 $t=0$ 时处于电子中微子态 ψ_e 。

求: ① t 时刻中微子所处的状态; (15 分)

② t 时刻体系仍处于电子中微子态的概率。(15 分)

四、计算氢原子分别处于 ψ_1 、 ψ_2 、 ψ_3 态下的电矩平均值, 其中 $\psi_1 = e^{-r/2}(r-2)$ 、 $\psi_2 = e^{-r/2}r\cos\theta$ 、 $\psi_3 = \psi_1 + \psi_2$ (这里采用原子单位制), 电矩算符 $\hat{D} \equiv -e\vec{r}$, e 为电子电量绝对值。(30 分)

(可能用到伽玛函数 $\Gamma(n) = \int_0^\infty x^{n-1} e^{-x} dx = (n-1)!$, 注意波函数归一化, 以及 ψ_1 、 ψ_2 、 ψ_3 与 ψ_{nml} 关系)

五、一维无限深势阱 $V = \begin{cases} 0, & 0 < x < a \\ \infty, & x > a \text{ 或 } x < 0 \end{cases}$ 中的粒子受到微扰 $H'(x) = \begin{cases} 2\lambda x/a, & 0 \leq x \leq a/2 \\ 2\lambda(1-x/a), & a/2 \leq x \leq a \end{cases}$ 作

用, 试求基态能级的一级修正。(30 分)