西 南 大 学

2011 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业：理论物理 凝聚态物理　　研究方向：所有方向

试题名称：量子力学　　试题编号：827

（答题一律做在答题纸上，并注明题目番号，否则答题无效）

1.（20 分）一粒子处于$\Psi(\theta,\varphi)=c_1Y_{1,1}(\theta,\varphi)+c_2Y_{2,0}(\theta,\varphi)$态，求角动量的平方$\vec{L}^2$及其 Z 分量$L_z$的可能值和平均值。

2.（20 分）设$\hat{C}=\hat{A}\hat{B}$，$[\hat{A},\hat{B}]=\hat{A}\hat{B}-\hat{B}\hat{A}=1$，$\hat{C}$的本征方程为$\hat{C}\psi=\lambda\psi$，即$\psi$是$\hat{C}$的本征值为$\lambda$的本征方程，证明$\phi_1=\hat{A}\psi$和$\phi_2=\hat{B}\psi$也是$\hat{C}$的本征值分别为$\lambda-1$和$\lambda+1$的本征函数。

3. (20 分) 在角动量平方 $\hat{L}^2$ 和角动量的 z 分量 $\hat{L}_Z$ 的共同本征态 $Y_{lm}(\theta,\varphi)$ 下，试证明：

(a) 角动量的 x 分量和角动量的 y 分量的平均值 $\overline{L}_x = 0$，$\overline{L}_y = 0$；

(b) $\overline{(\Delta L_x)^2} = \overline{(\Delta L_y)^2} = \dfrac{\hbar^2}{2}(l^2 + l - m^2)$。

4. (20 分) 设已知在 $\hat{L}^2$ 和 $\hat{L}_z$ 的共同表象中，算符 $\hat{L}_y$ 的矩阵表示为

$$\hat{L}_y = \frac{\sqrt{2}}{2}\hbar\begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix},$$

求它的本征值和归一化本征函数，并将 $\hat{L}_y$ 对角化.

5. (25 分) 一个具有恒定转动惯量 I 和偶极矩 $\vec{D}$ 的刚性转子, 放在均匀电场 $\vec{e}$ 中, 其哈密顿算符为

$$\hat{H} = \frac{1}{2I}\hat{\vec{L}}^2 - De\cos\theta ,$$

其中 $\hat{\vec{L}}^2$ 是角动量平方算符, θ 是偶极矩与外电场的夹角. 把电场看作是一种微扰, 试用微扰方法求转子基态能量的二级修正。

注:

$$\cos\theta Y_{l,m}(\theta,\varphi) = \sqrt{\frac{(l+1+m)(l+1-m)}{(2l+1)(2l+3)}}Y_{l+1,m}(\theta,\varphi) + \sqrt{\frac{(l+m)(l-m)}{(2l+1)(2l-1)}}Y_{l-1,m}(\theta,\varphi)$$

6. (20 分) 考虑在无限深势阱 ($0 < x < a$) 中运动的两电子体系，若忽略两电子间的一切相互作用，写出体系基态和第一激发态的波函数

7.（25分）有一定域电子（不考虑电子的轨道运动）处于沿 x 方向的均匀磁场 B 中，电子内禀磁矩与外磁场的作用能为

$$\hat{H} = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B} = \frac{eB}{m}\hat{S}_x = \frac{eB}{2m}\hat{\sigma}_x = \hbar\omega_L\hat{\sigma}_x,$$

其中 ω_L 是所谓拉莫尔进动频率。设自旋算符的 z 分量 $\hat{S}_z$ 的本征值为 $\pm\dfrac{\hbar}{2}$ 的本征态 $\chi_\pm$ 分别称为自旋向上态和自旋向下态，现设在 $t=0$ 时刻电子处于自旋向上态 χ_+，求 $t>0$ 时刻电子跃迁到自旋向下态 χ_- 的概率。