

# 2010 年硕士学位研究生入学考试试题参考答案

## 原子物理与量子力学

### 一、选择题 (每小题 3 分, 共 33 分)

1. A----(3)
2. B----(3 分)
3. B----(3 分)
4. C----(3 分)
5. C----(3 分)
6. D----(3 分)
7. B----(3 分)
8. D----(3 分)
9. C----(3 分)
10. C----(3 分)
11. C----(3 分)

### 二、填空题 (共 23 分)

1. ① 1 (1 分); ② 2 (2 分); ③ 3 (2 分) ----(5 分)
2. ① 10 (1 分); ② 4 (2 分); ③ 6 (2 分)。 ----(5 分)
3. ① 207 ----(3 分)
4. ① 朗德间隔 (1 分); ② 3 : 5 (2 分) (能级  $J$  的次序为 1/2, 3/2, 5/2)。 ----(3 分)
5. 0.178nm (4 分)

提示: 解法 1.  $E_k = kT = 1.38 \times 10^{-23} \times 300 \text{J} = 4.14 \times 10^{-21} \text{J}$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 1.67 \times 10^{-27} \times 4.14 \times 10^{-21}}} \text{m} = 0.178 \text{nm}$$

解法 2.  $E_k = kT = 8.6 \times 10^{-5} \times 300 \text{eV} = 2.58 \times 10^{-2} \text{eV}$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2 E_k}} = \frac{1.24 \times 10^3}{\sqrt{2 \times 938 \times 10^6 \times 2.58 \times 10^{-2}}} \text{nm} = 0.178 \text{nm} \text{ ----(5 分)}$$

6. 七;  $2^2S_{1/2}$ ;  $2^2P_{1/2}$  (每空 1 分)。 ----(3 分)

### 三、简述题 (共 27 分)

(略)

四、计算题 (6 题, 共 67 分)

1. 解:

可能的原子态: (4 分)

4s4s:  $^1S_0$  ;

4s3d:  $^1D_2$ 、 $^3D_{3,2,1}$  ;

4s4p:  $^1P_1$ 、 $^3P_{2,1,0}$  ;

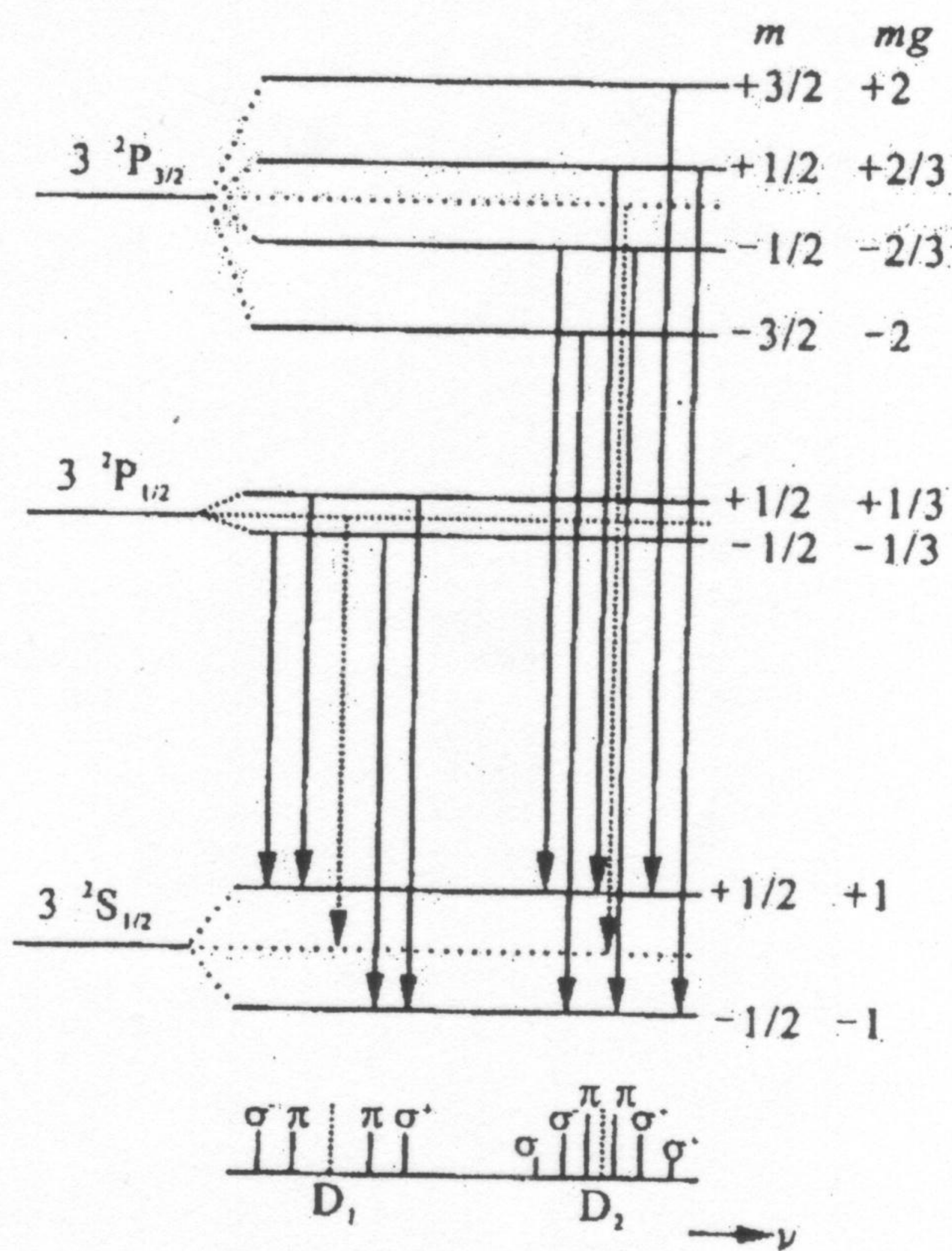
4s5s:  $^1S_0$ 、 $^3S_1$  。

能级跃迁图: (6 分)

略

(共 10 分)

2. 解:



能级图 (4 分) 跃迁 (4 分)

$$\tilde{\nu} = \tilde{\nu}_0 + (m_2 g_2 - m_1 g_1) L, \quad (2 \text{ 分})$$

$$L = \frac{eB}{4\pi m_e C} = 0.466 \text{ cm}^{-1} \quad (1 \text{ 分})$$

$$g_1 = 2, g_2 = 2/3, g_2' = 4/3 \quad (3 \text{ 分})$$

代入:

对 ${}^2P_{1/2}$ :

$$\tilde{\nu} - \tilde{\nu}_{01} = \begin{Bmatrix} -4/3 \\ -2/3 \\ 2/3 \\ 4/3 \end{Bmatrix} L = \begin{Bmatrix} -0.621 \\ -0.311 \\ 0.311 \\ 0.621 \end{Bmatrix} \text{cm}^{-1} \quad (2 \text{分})$$

对 ${}^2P_{3/2}$ :

$$\tilde{\nu} - \tilde{\nu}_{02} = \begin{Bmatrix} -5/3 \\ -1 \\ -1/3 \\ 1/3 \\ 1 \\ 5/3 \end{Bmatrix} L = \begin{Bmatrix} -0.777 \\ -0.466 \\ -0.155 \\ 0.155 \\ 0.466 \\ 0.777 \end{Bmatrix} \text{cm}^{-1} \quad (2 \text{分})$$

----(18分)

3. 解:

(1)  $\text{Li}^{++} \rightarrow \text{Li}^{+++}$  所需能量:  $13.6 \times 3^2 = 122.4 \text{ (eV)}$  (2分)

$\text{Li} \rightarrow \text{Li}^+$  所需能量:  $203.4 - (122.4 + 75.6) = 5.4 \text{ (eV)}$  (2分)

$E_{2s} = -13.6 \times Z^*/2^2 \quad \therefore Z^* = 1.26$  (1分)

$n^* = 2/Z^* = 1.6 \quad \therefore \Delta_s = 2 - 1.6 = 0.4$  (1分)

(2)  $\text{Li}^+$  中两电子库仑排斥能:  $\Delta E = 122.4 - 75.6 = 46.8 \text{ (eV)}$  (2分)

$$\Delta E = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\bar{r}}, \quad \bar{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\Delta E} = \frac{14.4}{46.8} \text{ \AA} = 0.31 \text{ \AA}$$

$\therefore \bar{r} = 0.031 \text{ nm}$  (1分)

----(9分)

4. 解: (12分)

略。

5. 解: (8分)

略。

6. 解: (10分)

略

# 2010 年硕士学位研究生入学考试试题

## 原子物理与量子力学

所有试题答案写在答题纸上，答案写在试卷上无效

### 一、选择题（每小题 3 分，共 33 分）

1. 某碱金属原子的价电子从 3d 态跃迁到 3p 态, 则可能的跃迁为:

A.  ${}^2D_{5/2, 3/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$ ,  ${}^2D_{3/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ ;      B.  ${}^2P_{3/2} \rightarrow {}^2D_{5/2, 3/2}$ ,  ${}^2P_{1/2} \rightarrow {}^2D_{3/2}$ ;

C.  ${}^2D_{3/2} \rightarrow {}^2P_{3/2, 1/2}$ ,  ${}^2D_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ ;      D.  ${}^2D_{5/2, 3/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$ ,  ${}^2D_{5/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ 。

2. X 射线连续谱的短波极限（最短）波长为 0.0496nm, 则加于 X 射线管的电压为:

A. 30kV;      B. 25kV;      C. 15kV;      D. 10kV。

3. 按泡利原理, 对主量子数为  $n$  的壳层, 可容纳的电子数为:

A.  $n^2$ ;      B.  $2n^2$ ;      C.  $2(2l+1)$ ;      D.  $2j+1$ 。

4. 已知原子中一个价电子的  $l=1, s=1/2$ , 求  $j$  的值:

A. 3/2;      B. 3/2, 1/2, -1/2, -3/2;

C. 3/2, 1/2;      D. 0。

5. 质量为  $M$  的原子核与质量为  $m_e$  的电子结合成一个单电子离子。该离子的里德伯常数

$R_M$  与  $R_\infty$  的关系为:

A.  $R_M = R_\infty$ ;      B.  $R_M = R_\infty (1 + \frac{m_e}{M})$ ;

C.  $R_M = R_\infty / (1 + \frac{m_e}{M})$ ;      D.  $R_M = R_\infty \frac{m_e}{M}$ 。

6. 若原子处于  ${}^1D_2$  和  ${}^2S_{1/2}$  状态, 它们的朗德因子  $g$  的值分别为:

A. 1 和 2/3;      B. 2 和 2/3;      C. 1 和 4/3;      D. 1 和 2。

7. 1.00MeV 的质子射向静止的金原子核 ( $Z=79$ ) 时, 所能达到的最近距离为:

A.  $11.4 \times 10^{-18} \text{m}$ ;      B.  $11.4 \times 10^{-14} \text{m}$ ;

C.  $11.4 \times 10^{-12} \text{m}$ ;      D.  $11.4 \times 10^{-10} \text{m}$ 。

8. Mg 原子 ( $Z=12$ ) 的两个价电子可以组成下列哪一电子组态:

A. 2s3p;      B. 2d3p;      C. 3s3f;      D. 3p4f。

9. 由壳层结构理论和洪德定则可知, 磷原子 ( $Z=15$ ) 基态时的原子态应是:

A.  ${}^2P_{3/2}$ ;      B.  ${}^2P_{1/2}$ ;      C.  ${}^4S_{3/2}$ ;      D.  ${}^1S_0$ 。

考试科目: 原子物理与量子力学

第 1 页 共 3 页

10. 力常数为  $k = 35.5 \text{ eV}/\text{\AA}^2$  的氢分子( $\text{H}_2$ )的振动能级间距为:

A. 2eV;      B. 10eV;      C. 0.542eV;      D. 0.054eV.

11. 若  $\Delta E_e$ ,  $\Delta E_v$ ,  $\Delta E_J$  分别表示电子能级间隔、振动能级间隔和转动能级间隔, 则:

A.  $\Delta E_v > \Delta E_e > \Delta E_J$ ;      B.  $\Delta E_v > \Delta E_J > \Delta E_e$ ;      C.  $\Delta E_e > \Delta E_v > \Delta E_J$ ;      D.  $\Delta E_e > \Delta E_J > \Delta E_v$ .

## 二、填空题 (共 23 分)

1. (5分) 按氢原子的玻尔理论,  $n=2$  时有 ① 个能级。若考虑了电子自旋-轨道耦合及相对论效应, 则此能级将分裂为 ② 个能级。若再考虑兰姆移动的影响, 则此玻尔能级将分裂为 ③ 个能级。

2. (5分) 铍原子 ( $Z=4$ ) 的一个外层电子被激发到  $3p$  态, 则当它向低能态、直至基态跃迁时共可产生 ① 条谱线, 其中单重态间跃迁的谱线有 ② 条, 三重态间跃迁的谱线有 ③ 条。

3. (3分) 一个  $\mu^-$  子 ( $m_\mu = 207m_e$ ) 被铅核 ( $^{208}\text{Pb}, Z=82$ ) 所俘获, 形成一个  $\mu^-$  子原子, 该原子的里德伯常数等于 ①  $R_\infty$ 。

4. (3分) 由  $LS$  耦合得到的原子多重能级的间隔大小之比服从 ① 定则。按此定则, 对于正常次序的  $^4P$  态的几个能级间隔之比 (由下而上) 为 ②。

5. (4分) 已知质子质量约为  $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ , 则处于  $T=300\text{K}$  的热平衡条件下的质子 (平均动能为  $kT$ ) 的德布罗意波长为  $\lambda =$  ①  $\text{nm}$ 。

6. (3分) 考虑兰姆移动后, 巴耳末系第一条应是 ① 线结构, 这是由于能级 ② 比能级 ③ 略高一些。

## 三、简述题 (共 27 分)

1 (7分). 简述波函数的物理意义及其边界条件。

2 (7分). 简述交换效应及其对波函数的限制。

3 (7分). 什么是算符的期望值(平均值)? 其物理意义是什么?。

4 (6分). 在光子的双缝干涉实验中, 如果试图探测光子从哪个狭缝通过, 还能得到干涉图样吗? 为什么?

#### 四、计算题 (6题, 共67分)

1 (10分). 钙原子 ( $Z=20$ ) 基态的电子组态是  $4s4s$ , 若其中一个电子被激发到  $5s$  态 (中间有  $3d$  和  $4p$  态), 当它由  $4s5s$  组态向低能态直至基态跃迁时, 可产生哪些光谱跃迁? 画出能级跃迁图 (钙原子能级属  $LS$  耦合, 三重态为正常次序)。

2 (18分).  $\text{Na}$  原子  $3P \rightarrow 3S$  跃迁的精细结构为两条。波长分别为  $589.593\text{nm}$  和  $588.996\text{nm}$ 。试求在  $1\text{T}$  外磁场中  $\text{Na}$  原子的能级分裂情况, 画出能级图、在图中画出允许跃迁及每一跃迁在垂直于外磁场方向的偏振特性, 同时计算磁场中跃迁谱线与原来谱线的波数差。(假设磁场为弱场) (18分)

3 (9分). 已知将  $\text{Li}$  原子 ( $Z=3$ ) 电离成  $\text{Li}^{+++}$  离子需要  $203.4\text{eV}$  的能量, 而将  $\text{Li}^+$  离子电离成  $\text{Li}^{++}$  离子需要  $75.6\text{eV}$  的能量。试求: (1)  $\text{Li}$  原子中  $2s$  电子受到的有效核电荷及量子数的亏损值; (2) 估计  $\text{Li}^+$  离子中两个  $1s$  电子的平均距离。

4 (12分) 一个质量为  $m$  的粒子在一维无限深势阱 ( $0 \leq x \leq a$ ) 中运动,  $t=0$  时刻的初态波函数为

$$\psi(x, 0) = \sqrt{\frac{8}{5a}} \left(1 + \cos \frac{\pi x}{a}\right) \sin \frac{\pi x}{a}$$

试求: (1)  $t=t_0$  时刻体系的波函数; (2) 体系在  $t=0$  时刻和  $t=t_0$  时刻的平均能量; (3)  $t=t_0$  时刻, 粒子出现在势阱左半部 ( $0 \leq x \leq a/2$ ) 的概率。

5 (8分) 设  $\lambda$  是线性算符  $\hat{A}$  的一个本征值, 试证明: (1)  $\lambda^2$  是  $\hat{A}^2$  的本征值; (2) 更一般的情况下, 设  $f(\lambda)$  是  $\lambda$  的多项式, 则  $f(\lambda)$  是  $f(\hat{A})$  的本征值。

6 (10分) 试问下列算符是否线性算符? 是否厄密算符? 并说明之。 (1) 角动量算符  $\mathbf{l} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ ; (2)  $x p_x$ 。

#### 常数表

普朗克常数	$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{J}\cdot\text{s} = 4.136 \times 10^{-15} \text{eV}\cdot\text{s}$
基本电荷	$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{C}$
复合常数	$hc = 1240 \text{eV}\cdot\text{nm}$
电子质量	$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{kg} = 0.511 \text{MeV}/c^2$
质子质量	$m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{kg} = 938 \text{MeV}/c^2$
玻尔半径	$a_0 = 0.529 \times 10^{-10} \text{m}$

里德堡常数	$R_\infty = 1.097 \times 10^7 \text{m}^{-1}$
阿伏伽德罗常数	$N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{mol}^{-1}$
玻耳兹曼常数	$k = 1.380 \times 10^{-23} \text{J}\cdot\text{K}^{-1} = 8.617 \times 10^{-5} \text{eV}\cdot\text{K}^{-1}$
质子质量	$m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{kg} = 938 \text{MeV}/c^2$
玻尔磁子	$\mu_B = 9.274 \times 10^{-24} \text{J}\cdot\text{T}^{-1} = 5.788 \times 10^{-5} \text{eV}\cdot\text{T}^{-1}$
原子质量单位	$u = 1.66 \times 10^{-27} \text{kg} = 931 \text{MeV}/c^2$