2000年北方交通大学硕士研

考试科目：量子力学

一.(16分)简要解答

1. 写出$\hat{L}_y$的本征值（2分）

2. 在以氢原子定态波函数组成的表象中，$\hat{L}^2$和$\hat{L}_z$的矩阵具有何种形式（2分）

3. 证明厄米算符的本征值是实数（6分）

4. 粒子在一维无限深势阱中运动，势阱宽度为a。某时刻状态为$\psi(x)=\sqrt{\frac{30}{a^5}}\,x(a-x)$，计算能量的平均值。（6分）

二.(20分)一刚性转子绕固定轴转动，其转动惯量为I。它能量的经典表示式$H=\frac{L^2}{2I}$，L为角动量。求与之对应的量子体系的定态能量和波函数。

三.(20分)某时刻氢原子处于状态$\Psi(r,\theta,\varphi)=\frac{1}{2}\psi_{100}-\frac{1}{2}\psi_{210}+\frac{\sqrt{2}}{2}\psi_{211}$，其中$\psi_{nlm}$为氢原子的归一化定态波函数，计算E、L、$L_z$的可能值、相应几率、平均值。设定态能量$E_n$已知。写出$\Psi(r,t)$。

已对5.18

大学硕士研究生入学考试试题

量子力学 43

四.(20分) 1. 电子处于自旋态 $\chi(s_z)=\begin{pmatrix}3i\\1\end{pmatrix}$ 计算 (1)此态测量 s_z 可能值、几率、平均值。 (2) s_x 的可能值。

2. 由 $[\hat{s}_x, \hat{s}_y]=i\hbar\hat{s}_z$ 计算在 $\hat{s}_z$ 的本征态 $\chi_{\frac{1}{2}}(s_z)$ 中，$\hat{s}_x$ 与 $\hat{s}_y$ 的测不准关系 $\overline{(\Delta s_x)^2}\cdot\overline{(\Delta s_y)^2}$.

五.(8分) 求线性谐振子的哈密顿量在动量表象中的矩阵元。

六.(8分) 一维非线性谐振子的势能为 $U(x)=\frac{1}{2}\mu\omega^2x^2+x^4$ 把非谐振项看作微扰，计算n态能量的一级修正。设 $\psi_n(x)$ 为线性谐振子的归一化定态波函数，有 $(\alpha x)\psi_n=\sqrt{\frac{n}{2}}\psi_{n-1}+\sqrt{\frac{n+1}{2}}\psi_{n+1}$ $\alpha=\sqrt{\frac{\mu\omega}{\hbar}}$ 为已知常数。

七.(8分) 一体系由两个全同粒子组成，粒子间无相互作用。粒子有三个可能的单粒子态 a、b、c，(已归一)，试就玻色子和费米子两种情况写出体系全部可能的归一化波函数。